

線形代数学第 1 - 期末試験問題 -

情報システム工学科 1 年生

平成 16 年度前期 - 2004.7.28 -

試験中に使用できるものは筆記用具の他に、汗を拭くためのタオルやハンカチ、ティッシュペーパー、携帯電話（時計機能のみ使用可でキータッチは不可）

- 次の R^3 の部分集合のうち、部分空間であるのはどれか。理由を付けて答えよ。但し、 $b = [b_1, b_2, b_3]^T$ とする。
 - $b_1 = 0$ を満たす部分集合。
 - b_1, b_2, b_3 が整数である部分集合。
 - $b_1 - 2b_2 + 3b_3 = 0$ を満たす部分集合。
 - $b \neq 0$ を満たす部分集合。
 - $b = c_1[1, 0, 1]^T + c_2[1, -1, 0]^T$ である部分集合。但し、 c_1, c_2 は任意のスカラーである。
- 行列 A を $m \times n$ 行列とし、階数を r とする。次の方程式が以下に示すような解を持つときの m, n, r に対する条件を求めよ。

$$Ax = b$$

- b にかかわらず一意解を持つ。
 - b により、不能解か一意解を持つ。
 - b により、不能解か不定解を持つ。
- 行空間が $[1, -1, 1]^T$ を含み、零空間が $[1, 1, 0]^T$ を含むような行列は存在するか。
 - n 個の m 次元ベクトル v_1, v_2, \dots, v_n は $n > m$ のとき必ず線形従属になることを証明せよ。(ヒント) v_1, v_2, \dots, v_n を列ベクトルとする行列 A を構成し、 $Ac = 0$ の解について調べる。
 - 次の方程式が解けるための c の値を求めよ。

$$\begin{aligned} u - 2v + 3w &= 3 \\ -2u + v - 2w &= 1 \\ u + v - w &= c \end{aligned}$$

- 次の方程式 $Ax = b$ の一般解を求めよ。 $Ax = 0$ の一般解と、 $Ax = b$ の特殊解の和の形で表せ。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- 次の行列に付随する 4 つの基本部分空間（行空間、零空間、列空間、左零空間）を求めよ（空間の次元と基底を求める）。さらに、行空間と零空間、及び列空間と左零空間が直交することを確かめよ。基底が直交することを示す。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$