

# 線形代数学第 1 - 中間試験問題 -

情報システム工学科 1 年生

平成 17 年度前期 - 2005.5.25 -

1. 次のベクトル, 行列の計算を行え。計算が不可能な場合は「計算不可」と回答すること。

$$(a) \begin{bmatrix} 5 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -9 & 7 & 8 \\ -5 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 次の方程式が解を持つために  $b_1, b_2, b_3$  が満たすべき条件を求めよ。

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

3. 次の行列のピボットは全て零でないと仮定して  $LDU$  に分解せよ。

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を *Gauss-Jordan* 法により求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. 3 角行列の逆行列は同じ形の 3 角行列であることを示せ (ヒント) 次の関係を満たす行列  $\{b_{ij}\}$  が下 3 角行列となることを示す。  $a_{ii}$  は零でないとする。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. 無限に多くの解を持つ  $2 \times 2$  方程式の一例を示せ。また, その方程式が無限の解 (不定解) を持つことを示せ。

7.  $3 \times 3$  行列の第 1 行と第 2 行を交換する行列  $P$  を求めよ。さらに,  $P^n$  を計算せよ (ヒント)  $P$  を繰り返し乗じることを行列の交換で考える。  $n$  は偶数と奇数に分けて考える。