線形代数学第１－中間試験問題－

電子情報学類１年生（１組）　　　平成２０年度前期－ 2008.5.28 －

1. 次のベクトル，行列の計算を行え．計算が不可能な場合は「計算不可」と答えること．

$$(a)\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (b)\ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad (c)\ \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d)\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ -2 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (e)\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (f)\ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

2. 次の命題は正しいか否か．理由をつけて示せ．
 (a) $\boldsymbol{A}$ の第１列と第３列が等しければ，$\boldsymbol{AB}$ の第１列と第３列も等しい．
 (b) $\boldsymbol{A}$ の第１行と第３行が等しければ，$\boldsymbol{AB}$ の第１行と第３行も等しい．
 (c) $\boldsymbol{B}$ の第１列と第３列が等しければ，$\boldsymbol{AB}$ の第１列と第３列も等しい．
 (d) $\boldsymbol{B}$ の第１行と第３行が等しければ，$\boldsymbol{AB}$ の第１行と第３行も等しい．
 (e) $(\boldsymbol{AB})^2 = \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B}^2$.

3. 　次の連立方程式をガウスの前進消去と後退代入により解け．前進消去の途中で行の交換が必要となるが，この行の交換を行う行列 $\boldsymbol{P}$ も求めよ．

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

4. 次の行列を LDU に分解せよ．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

5. 次の行列の逆行列を *Gauss-Jordan* 法により求めよ．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

6. 次の行列 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ の逆行列は存在するか.「逆行列は存在する」又は「逆行列は存在しない」と答え，その理由を示せ．但し，逆行列を求める必要はない.（ヒント）行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列は *Gauss-Jordan* 法によれば，$\boldsymbol{A}$ を単位行列 $\boldsymbol{I}$ に変形する操作と同じ操作を単位行列 $\boldsymbol{I}$ に対して行うことにより得られる．$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ をガウスの前進消去（必要であれば，行の入れ替えを行う）で $\boldsymbol{U}$ に変形し，$\boldsymbol{U}$ の形に基づいて理由を示せ.（$\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ は独立した問題）

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

7. 次の方程式が解を持つために b_1, b_2, b_3 が満たすべき条件を求めよ．この条件が成り立つとき，この連立方程式はどのような解を持つか（一意解，不定解，不能解のいずれかを答えよ）．

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$