

信号とシステム 2016年度 試験 (1/4)

学年: _____ 名列番号: _____ 氏名: _____

全ての用紙に学年, 名列番号, 氏名を書くこと。

問 1.

以下の問に答えよ。フーリエ変換やラプラス変換の性質、フーリエ変換対やラプラス変換対を用いてもよい。

1. 線形時不変システムのインパルス応答が $g(t) = G_0\delta(t - T_0)$ 、入力信号が $x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t)$ であるとき、出力信号 $y(t)$ を求めよ。 G_0, T_0, A_0, ω_0 は正の実定数とする。
2. インパルス応答 $g(t)$ が

$$g(t) = \begin{cases} A & (T - W \leq t \leq T + W) \\ 0 & (other) \end{cases}$$

で与えられる線形時不変 (LTI) システムの周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を求めよ。 A, W, T は正の実定数で、 $W < T$ とする。

3. $X(s) = \frac{s+5}{s^2+7s+12}$ のラプラス逆変換 $x(t)$ を求めよ。
4. 次式で定義される $\|x\|$ はノルムの定義を満たすかどうか、理由を付けてのべよ。

$$\|x\| = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} x^3(t) dt}$$

信号とシステム 2016年度 試験 (2/4)

学年: _____ 名 列 番 号: _____ 氏 名: _____

全ての用紙に学年, 名 列 番 号, 氏 名 を 書 く 事 と。

問 2.

伝達関数が $G(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$ で与えられる LTI システムを考える。初期値は全て 0 とする。また、入力信号を $u(t)$ 、出力信号を $y(t)$ とし、そのラプラス変換をそれぞれ $U(s)$, $Y(s)$ とする。なお、導出過程も書くこと。

1. このシステムの微分方程式表現を求めよ。状態変数を用いずに、 $u(t)$ と $y(t)$ に関する微分方程式とすること。
2. 状態方程式と出力方程式を求めよ。なお、一般解との係数比較は用いないこと。
3. 回路実現を示せ。
4. 正則行列 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ を用いて代数的に等価なシステムに変換せよ。

信号とシステム 2016年度 試験 (3/4)

学年: _____ 名 列 番 号: _____ 氏 名: _____

全ての用紙に学年, 名列番号, 氏名を書くこと。

問 3.

1. 伝達関数が $G(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+2}$ で与えられる LTI システムが安定/安定限界/不安定のいずれであるかを、理由を付けて答えよ。

2. 以下の状態空間表現される LTI システムが安定/安定限界/不安定のいずれであるかを、理由を付けて答えよ。

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{x}(t)$$

3. 伝達関数が $G(s) = \frac{s^2+6s+5}{s^2-4s+5}$ で与えられる LTI システムが最小位相システムであるか否かを、理由を付けて答えよ。

4. 伝達関数が $G(s) = \frac{s^2-4}{s^2+4s+3}$ で与えられる LTI システムをインナー・アウター分解せよ。

信号とシステム 2016年度 試験 (4/4)

学年: _____ 名列番号: _____ 氏名: _____

全ての用紙に学年, 名列番号, 氏名を書くこと。

問 4.

1. キャパシタ (コンデンサ) を一つのシステムと考えたとき、入力信号と出力信号は何になるか、その一例を示せ。
2. 非線形なシステムの入力信号 $u(t)$ と出力信号 $y(t)$ の関係の一例を示せ。また、このシステムに対しては重ね合わせの理が成り立たないことを示せ。
3. システムの安定性とインパルス応答の \mathcal{L}_1 ノルムの関係を説明せよ。
4. 厳密にプロパー、かつ、不安定な 3 次系の極と零点の位置を s 平面上に描け。特徴を捉えておれば、詳細はいい加減でも良い。
5. 信号 $x(t)$ をインパルス応答が $g(t)$ で与えられる伝送路を通して送信し、受信信号 $y(t)$ が得られたと仮定する。 $y(t)$ をインパルス応答が $h(t)$ で与えられる等化器で処理したものを $z(t)$ とする。一般には、 $z(t) = x(t)$ となる $h(t)$ を実現できない理由を説明せよ。