

ステレオエコーキャンセラの収束解析 II

— 二乗平均誤差, 収束条件および誤差曲面 —

Convergence Analysis of a Stereophonic Acoustic Echo Canceller Part II : Mean Squared Error, Convergence Condition and Error Surface

小池 伸一

Shin'ichi Koike

平野 晃宏

Akihiro Hirano

日本電気株式会社

技術企画部

情報メディア研究所

NEC Corporation

Engineering Coordination
and Planning Division

Information Technology
Research Laboratories

あらまし

本論文では併載論文第 I 部に引き続き, ステレオエコーキャンセラの両チャネルの音響信号に強い相関がある場合, 適応フィルタタップ重みの二次モーメントの解析を通じて, 二乗平均誤差 (MSE) の収束過程を理論的に計算し, また MSE の収束値とともに収束条件としてのステップサイズの上限を解く。次いで誤差曲面を描き解の特異性を図示検証する。さらに両チャネルの音響信号に「ディザ」を挿入する手法の効果を MSE の収束および誤差曲面によって解明する。

Abstract

Following the companion paper (Part I), this paper analyzes a stereophonic acoustic echo canceller for strongly cross-correlated inputs to the adaptive filters. Difference equations for the mean squared error (MSE), residual MSE after convergence and upper bound of the step size are theoretically derived. Furthermore error surface and the effect of dither insertion are studied.

1. はじめに

ステレオエコーキャンセラの研究はいまだ途上にあり, 理論面および実用面に関して公表された文献はいくつか見られるが, 今後発展の期待される分野と言える [1]-[4]。また Sondhi らが指摘するように, 様々な技術的困難さを抱えており完全な解決には至っていない [5]。その基本的な問題とは, 音響信号の両チャネル間の強い相関であることは言うまでもない。

本論文と併載の論文 (同題第 I 部) では, 最も単純化されたモデルとして「一方のチャネルの音響信号は他方のそれを減衰・遅延させた信号」と仮定して, 適応フィルタのタップ重みの平均値が一部最適解に収束しないことを示した。その理由は, ステレオエコーキャンセラの入力信号の「拡大」共分散行列が非正則であって, その固有値の一部が零となるためである。

本論文 (第 II 部) では, 併載論文第 I 部に引き続き適応フィルタタップ重みの二次モーメントの解析を通じて二乗平均誤差 (MSE) の収束過程を理論的に計算し, また MSE の収束値とともにそれが収束するための条件としてのステップサイズの上限を解く。次いで誤差曲面を描き解の特異性を図示検証する。

さらに「拡大」共分散行列を正則化するのに, 両チャネルの音響信号に「ディザ」を挿

入する方法が既に試みられているが [2], この手法の効果をMSEの収束および誤差曲面によって解明する。

なお解析の連続性からも, 本論文は併載論文第I部と併せてお読みいただくようお願いする。

2. 二乗平均誤差の解析

図1はステレオエコーキャンセラの構成図である。併載論文第I部で述べたように, 本論文でもタップ重みの代わりに「タップエラー」 $\Theta^{(n)}$ ($2N \times 2$ 行列)を用いる。しからばLMSアルゴリズムを用いた適応フィルタのタップエラーの更新式は,

$$\Theta^{(n+1)} = \Theta^{(n)} - \mu [(e_L(n) + \nu_L(n))X^{(n)} \quad (e_R(n) + \nu_R(n))X^{(n)}] \quad (1)$$

となり, ここで, n は時刻, N は各FIR型適応フィルタのタップ数, $e_L(n)$, $e_R(n)$ はそれぞれ左右の誤差信号, $\nu_L(n)$, $\nu_R(n)$ はそれぞれ左右の相加雑音(実は送信音響信号)である。 μ はステップサイズであり, 長さ $2N$ のベクトル $X^{(n)}$ は適応フィルタの入力信号(受信音響信号)で, 左右の信号ベクトル $X_L^{(n)}$ および $X_R^{(n)}$ を合わせて作ったものである。また誤差信号は次のように書ける。

$$[e_L(n) \quad e_R(n)] = X^{(n)T} \Theta^{(n)} \quad (2)$$

ただし $(\quad)^T$ はベクトルまたは行列の転置を表す。

さてタップエラーの平均値(一次モーメント)を $M^{(n)} = E[\Theta^{(n)}]$ ($2N \times 2$ 行列), 二次モーメントを $K^{(n)} = E[\Theta^{(n)} \Theta^{(n)T}]$ ($2N \times 2N$ 行列)とすると, まず平均値 $M^{(n)}$ の差分方程式は, 併載論文第I部で示したように式(1), (2)から,

$$\begin{aligned} M^{(n+1)} &= M^{(n)} - \mu R M^{(n)} \\ &= (I - \mu R)M^{(n)} \end{aligned} \quad (3)$$

と導かれる。ここで, R は入力信号ベクトル $X^{(n)}$ の「拡大」共分散行列であり, I は単位行列(ここでは $2N \times 2N$ 行列)である。

それではタップエラーの二次モーメント $K^{(n)}$ に関する差分方程式はどのようになるであろうか。式(1), (2)より, 平均値 $M^{(n)}$ と同様にして

$$\begin{aligned} K^{(n+1)} &= K^{(n)} - \mu (R K^{(n)} + K^{(n)} R) \\ &\quad + \mu^2 E\{[(e_L(n))^2 + (e_R(n))^2] X^{(n)} X^{(n)T}\} + \mu^2 \sigma_v^2 R \end{aligned} \quad (4)$$

を得る。ただし相加雑音の電力(分散)は $\sigma_v^2 = E[(\nu_L(n))^2 + (\nu_R(n))^2]$ である。

式(4)において, 式(2)を用いて

$$E\{[(e_L(n))^2 + (e_R(n))^2] X^{(n)} X^{(n)T}\} = E[X^{(n)T} \Theta^{(n)} \Theta^{(n)T} X^{(n)} X^{(n)T}] \quad (5)$$

であるが, フィルタ入力信号 $X^{(n)}$ は「有色」ガウス過程なので($X_L^{(n)}$, $X_R^{(n)}$ の各々は定常白色ガウス過程としている), 式(5)は次のように求められる[6]。

$$E[X^{(n)T} \Theta^{(n)} \Theta^{(n)T} X^{(n)} X^{(n)T}] = \text{trace}(R K^{(n)})R + 2 R K^{(n)} R \quad (6)$$

ここでMSEは

$$\varepsilon^{(n)} = E[(e_L(n))^2 + (e_R(n))^2] = \text{trace}(R K^{(n)}) \quad (7)$$

であるから, 結局二次モーメント $K^{(n)}$ の差分方程式は

$$K^{(n+1)} = K^{(n)} - \mu (R K^{(n)} + K^{(n)} R) + \mu^2 \{(\varepsilon^{(n)} + \sigma_v^2)R + 2 R K^{(n)} R\} \quad (8)$$

となる。差分方程式(8)により二次モーメント $K^{(n)}$ を逐次漸化計算でき, 式(7)を用いてMSEが求められることになる。

次に適応フィルタが収束した後のMSEを求めよう。式(8)より $n \rightarrow \infty$ で

$$R K^{(\infty)} (I - \mu R) + (I - \mu R)K^{(\infty)} R = \mu (\varepsilon^{(\infty)} + \sigma_v^2)R \quad (9)$$

を得, これを解いて

$$K^{(\infty)} = (\mu/2) (\varepsilon^{(\infty)} + \sigma_v^2) (I - \mu R)^{-1} \quad (10)$$

式(10)で R が非正則であっても, 適当なステップサイズ μ の値(収束条件として後に導

く) に対しては、平均値 $M^{(n)}$ とは異なり初期値に依存しない一意解 $K^{(\infty)}$ が存在することに注意せよ。さらに式(10)を式(7)に用いて $\varepsilon^{(\infty)}$ について解けば、収束後のMSEは

$$\varepsilon^{(\infty)} = \delta \sigma_v^2 / (1 - \delta) \quad (11)$$

と表され、ここに

$$\delta = (1/2) \text{trace}\{\mu R(I - \mu R)^{-1}\} \quad (12)$$

と定義した。

3. 適応フィルタの収束条件

LMSアルゴリズムを用いた適応フィルタが収束するためには、ステップサイズがある上限を超えてはならないことはよく知られている [6]。このステップサイズ上限を得るには、相加雑音が存在する ($\sigma_v^2 > 0$) ときMSEが有限値に収束する条件を考えればよい。

そこで前節の式(11)より、 $\varepsilon^{(\infty)}$ が有限であるためには、

$$0 < \delta < 1 \quad (13)$$

でなければならない。式(12)より

$$0 < \text{trace}\{\mu R(I - \mu R)^{-1}\} < 2$$

であって、これからステップサイズの上限 μ^* は、 μ に関する次の高次方程式の最小の解で与えられる。

$$\text{trace}\{\mu R(I - \mu R)^{-1}\} = 2 \quad (14)$$

方程式(14)において上限 μ^* の求解は一般に数値解法による。

4. 収束過程の計算例

併載論文第I部で用いた例題により、MSEの収束過程を理論計算する。

例題 フィルタ入力の各チャネルの信号：零平均白色ガウス過程

$$\text{電力 (分散)} \sigma_x^2 = E[(x_L(n))^2] = 1$$

左右のチャネル間の関係： $x_R(n) = a \cdot x_L(n - n_d)$

(右チャネルの信号は左チャネルを a 倍に減衰、 n_d 時点遅延させたもの)

$$a \text{ 振幅減衰量} \quad 0 < a \leq 1$$

$$n_d \text{ 遅延量} \quad 0 \leq n_d < N$$

$$a = .6, \quad n_d = 4$$

タップ数： $N = 20$

音響エコーパスの応答：ベクトル h_{LL} および h_{RR} の k 番目の要素は

$$\exp(-.3k) \sin(.3k\pi)$$

ベクトル h_{LR} および h_{RL} の k 番目の要素は

$$\exp(-.3k) \sin(.4k\pi)$$

相加雑音電力： $\sigma_v^2 = .02$

ステップサイズ： $\mu = .01$

併載論文第I部で述べたように「拡大」共分散行列は次式で与えられる。

$$R = \sigma_x^2 \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & aI & 0 \\ 0 & aI & a^2I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2I \end{bmatrix} \begin{matrix} n_d \text{行} \\ N - n_d \\ N - n_d \\ n_d \end{matrix} \quad (15)$$

$n_d \text{列} \quad N - n_d \quad N - n_d \quad n_d$

R を対角化して

$$\Lambda = \sigma_x^2 \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (1+a^2)1 & & \\ & & 0 & \\ & & & a^2 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

を得る。

さて式(15)の共分散行列を用いて、前節のステップサイズ上限の数値解を求めると

$$\mu^* = .0673$$

となり、また収束後のMSEは、ステップサイズ μ が小さければ式(16)で与えられる四種類の固有値 σ_x^2 , $(1+a^2)\sigma_x^2$, 0 および $a^2\sigma_x^2$ を用いて、

$$\varepsilon^{(\infty)} = (\mu/2) \sigma_x^2 (1+a^2) N \sigma_v^2 \quad (17)$$

と近似的に求められる。例題では

$$\varepsilon^{(\infty)} = -25.0 \text{ dB}$$

となる。

次に上の例でMSEの収束過程を式(7), (8)により計算し、図2に示す。同図にはタップエラーの平均値 $M^{(n)}$ の「ノルム」として

$$\|M^{(n)}\|^2 = \sigma_x^2 \text{trace}(M^{(n)} M^{(n)T}) \quad (18)$$

なる量を計算しプロットしてある。MSE, 平均値のノルムともに急速に収束している

(図中の実線)。ただし平均値のノルムは明らかに零に収束しない。

5. 誤差曲面

適応フィルタの収束の様子を知るのに、誤差曲面上で収束の軌跡を描く方法が有効であることはよく知られている [7]。上例では $N=20$ なので紙面上に誤差曲面を描くことは難しい。そこで最も簡単に $N=2$, $n_d=1$ とし、左チャンネルに関する二個のフィルタについて、非零値に収束するタップエラー ($\theta_{LL,1}^{(n)}$ と $\theta_{RL,0}^{(n)}$) にのみ着目する。

いま $x = \theta_{LL,1}^{(n)}$, $y = \theta_{RL,0}^{(n)}$ とおき、相加雑音を無視して左チャンネルのMSEは

$$\begin{aligned} \varepsilon_L &= E[(e_L(n))^2] = [x \ y] \begin{bmatrix} 1 & a \\ a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ &= (x+ay)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

と書ける。 ε_L の値を変えて等高線により誤差曲面を描いたものが図3である。この誤差曲面は、断面が同一の放物線である「雨樋」形になる。 ε_L の収束の軌跡は、曲面に沿って樋の底へ垂直に滑り落ちるように描ける。樋の底に達するとそれ以上は動かず、特別な初期値を与えた場合を除き、座標原点 $(0, 0)$ には到達し得ない。

6. ディザの挿入によるタップ重みの不偏解

併載論文第I部に詳述し、また本論文の図2および図3にも示したように、タップエラーの平均値は一般に非零の解をもつ。つまり上に仮定した両チャンネルの信号の関係の下では、必ずしもタップ重みの不偏解が得られないことが明らかとなった。

そこで両チャンネルの音響信号に「ディザ」を挿入する [2]。ディザは電力(分散) σ_d^2 の独立な白色ガウス雑音と仮定する。このとき「拡大」共分散行列 R の四種類の固有値は、 $\sigma_x^2 + \sigma_d^2$, $(1+a^2)\sigma_x^2 + \sigma_d^2$, σ_d^2 および $a^2\sigma_x^2 + \sigma_d^2$ となり、全て正の値をとる。し

からばタップエラーの平均値は零に収束し、タップ重みの不偏解が得られる。

ディザの挿入により、収束条件としてのステップサイズの上限 μ^* は小さくなり、また収束後の $MSE \varepsilon^{(\infty)}$ は増加することになるが、詳細は省略する。なお図2には、4. 節の例題で電力 $\sigma_d^2 = .01$ のディザを挿入したときの収束の様子を破線で示してある。極めてゆっくりであるが、 $MSE \varepsilon^{(n)}$ もタップエラーの平均値のノルム $\|M^{(n)}\|^2$ も収束しており、特に後者は零 ($-\infty$ dB) に収束する。

また図4には、5. 節に倣ってディザを挿入したときの誤差曲面を描く。等高線は楕円であり、座標回転した後の x 軸、 y 軸に平行な断面はともに放物線となる。 MSE の軌跡はこの誤差曲面に沿って最終的に原点に到達する。

7. おわりに

ステレオエコーキャンセラにおいて、両チャンネルの音響信号が相関の強い特定の関係を有する場合、フィルタ入力信号の「拡大」共分散行列が非正則となる。本論文では、適応フィルタのタップエラーの二次モーメントにつき差分方程式を導いて、二乗平均誤差 (MSE) の収束過程の理論計算を可能にし、収束条件としてのステップサイズ上限を得、また収束後の MSE の理論値を求めた。誤差曲面上で収束の軌跡を描き、タップエラーの非零解が生ずる様子を図示した。さらにディザを挿入することにより、上記共分散行列が正則化されタップ重みの不偏解が得られることを示した。

ディザの電力にも依るが、適応フィルタの収束は通常極めて遅い。収束の高速化、ディザが与える音響系特性への影響の明確化、正規化 LMS アルゴリズムの適用などが今後の研究課題である。

参考文献

- [1] 藤井, 島田: "多チャンネルエコーキャンセラの一構成法," *信学技報*, CS-84-178, pp.7-14, 1984.
- [2] M. M. Sondhi and D. R. Morgan, "Acoustic Echo Cancellation for Stereophonic Teleconferencing," *Proc. IEEE ASSP Workshop Appl. Signal Processing Audio Acoustics*, 1991.
- [3] A. Hirano and A. Sugiyama, "Convergence Characteristics of a Multi-channel Echo Canceller with Strongly Cross-correlated Input Signals - Analytical Results -," *Proc. of 6th DSP Symposium*, pp.144-149, November 1991.
- [4] Y. Mahieux, A. Gilloire and F. Khalil, "Annulation d'écho en téléconférence Stéréophonique," *Proc. Quatorzième Colloque GRESTI*, pp.515-518, 1993.
- [5] M. M. Sondhi and D. R. Morgan, "Stereophonic Acoustic Echo Cancellation - An Overview of the Fundamental Problem," *IEEE SP Letters*, vol.2, no.8, pp.148-151, August 1995.
- [6] A. Feuer and E. Weinstein, "Convergence Analysis of LMS Filters with Uncorrelated Gaussian Data," *IEEE Trans. ASSP*, vol.33, no.1, pp.222-230, February 1985.
- [7] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

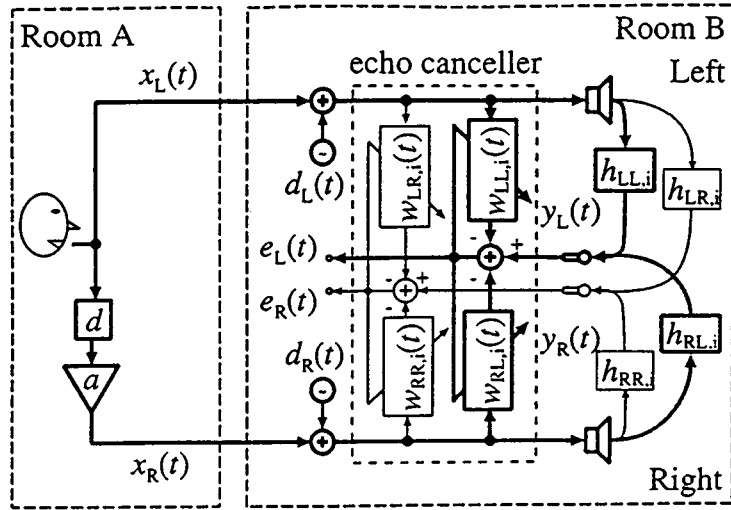


図1 ステレオエコーキャンセラの構成

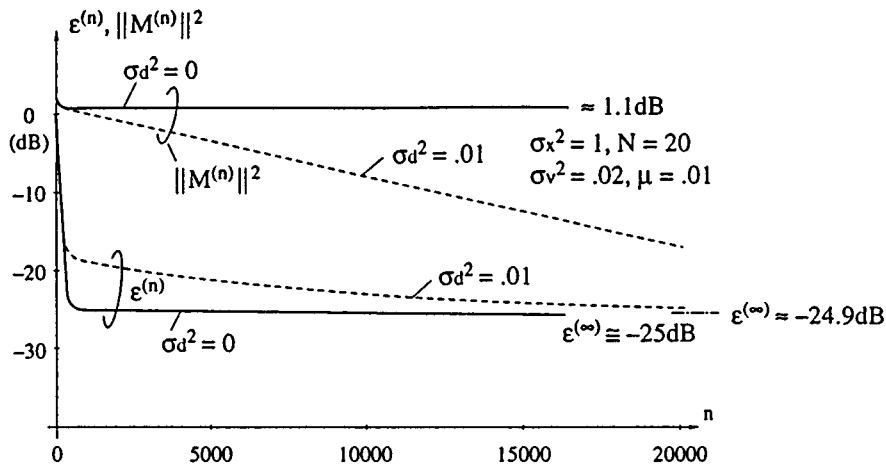


図2 ステレオエコーキャンセラの収束過程

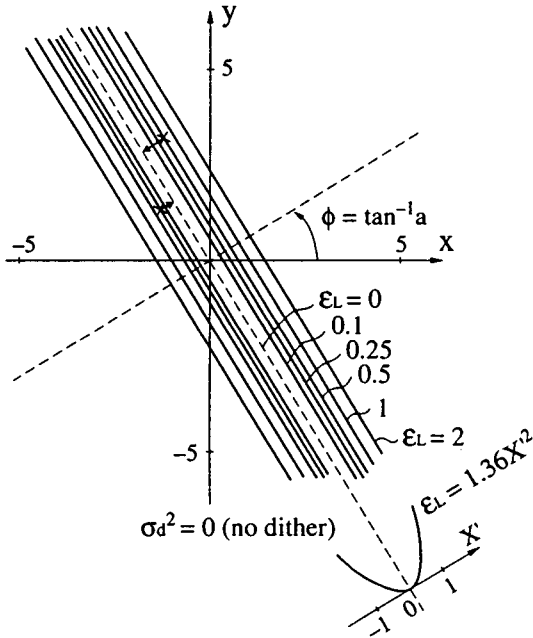


図3 誤差曲面 (ディザなし)

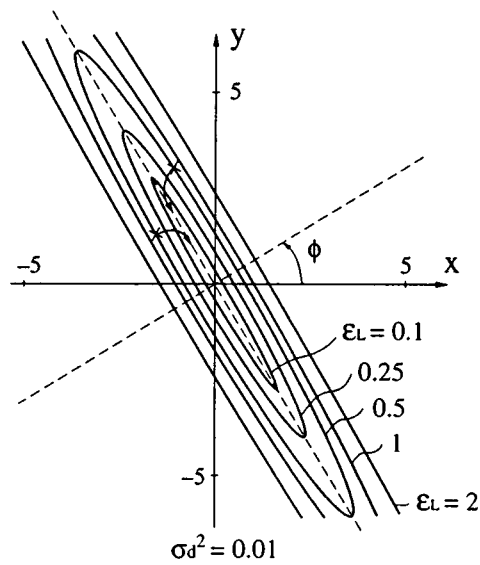


図4 誤差曲面 (ディザあり)