線形代数学第２ー中間試験問題ー

電子情報学類１年生（１組）　　　平成２０年度後期ー 2008.12.10 ー

1. 曲線 $y = C + D\sin(t)$ で３点 $(t, y) = (-\pi/2, -1), (0, 1), (\pi/2, 2)$ を近似するとき，誤差の二乗和を最小にするように C, D を求めよ．y，C，D，t はスカラーである．

2.　次の問に答えよ．
 (a) 3 次元空間における平面 $x - y + z = 0$ の基底を求めよ．
 (b) 平面 $x - y + z = 0$ を列空間とする行列 $\boldsymbol{A}$ を求めよ．
 (c) 平面 $x - y + z = 0$ 上で，座標点 $(1, -1, 1)$ への距離が最小となる点の座標を求めよ．

3. 以下の問に答えよ．
 (a) 線形独立なベクトル $\boldsymbol{a}_1 = [1, 1, 0]^T, \boldsymbol{a}_2 = [1, 0, 1]^T, \boldsymbol{a}_3 = [0, 1, 1]^T$ を互いに直交するベクトル $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$ に変換せよ．
 (b) $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$ の長さを 1 に正規化することにより，$\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2, \boldsymbol{q}_3$ を求めよ．
 (c) $\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2, \boldsymbol{q}_3$ を列ベクトルとする行列 $\boldsymbol{Q}$ を求め，ベクトル $\boldsymbol{u} = [1, -1, 1]^T$ に対して，$\| \boldsymbol{Qu} \| = \|\boldsymbol{u}\|$ となることを示せ．

4.　次の行列の擬似逆行列を求めよ．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

5. 行列式は全ての行及び全て列から１個の要素を選び，それらの積の和で構成される．要素の選び方により，積には負号が付けられる．このことに基づいて，以下の性質を証明せよ．
 (a) 行列式は一つの行に関して線形関数である．
 (b) ある行が零である行列の行列式は零である．
 (c) 単位行列の行列式は 1 である．

6. 次の行列式を求めよ．行列の性質 1〜10，または行列式の適当な公式を用いて計算する．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 7 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

7. 次の連立方程式の解をクラメルの公式により求めよ．

$$\begin{aligned} u - v + w &= 1 \\ u + 2v - w &= 2 \\ 2u + v - w &= -1 \end{aligned}$$

8.　次の行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列を $adj\boldsymbol{A}/det\boldsymbol{A}$ により求めよ．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$