

情報ネットワーク工学  
期末試験問題

2016. 2. 3

(注意事項)

- 講義資料, ノート等の使用不可
- 電卓使用可
- 解答が数値の場合は分数(既約)または小数(有効数字3桁)で表すこと.

1

問題1

次の行列に関して, 以下の問に答えよ(数値で示すこと).

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- ① 固有値( $\lambda_1 > \lambda_2$ ), 固有ベクトル( $v_1, v_2$ )を求めよ. 固有ベクトルは正規化すること( $\|v_1\| = 1, \|v_2\| = 1$ ).
- ② 固有ベクトルを列ベクトルとする行列 $V$ を求め, 次の関係が成り立つことを示せ.
  - (a)  $V^t V = I$ , (b)  $V V^t = I$
  - (c)  $V^t A V = \Lambda$ ,  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2\}$

2

- ③ 次式が成り立つことを示せ.

$$\lambda_i = v_i^t A v_i, \quad i = 1, 2$$

- ④ 次のベクトル(正規化された任意のベクトル)を考える.

$$v = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}, \quad \|v\| = 1$$

次式を最大にする $v$ (すなわち $a$ )を求めよ.

$$y = v^t A v$$

ここで求まった $v$ と $v_1$ を比較せよ.

- ⑤ 次の関係が成り立つことを示せ.

$$A = \lambda_1 v_1 v_1^t + \lambda_2 v_2 v_2^t$$

3

問題2

- ① 下欄に示す $h(n), g(n)$ のフーリエ変換 $H(e^{j\omega}), G(e^{j\omega})$ を求めよ( $j\omega$ の式). さらに, 振幅特性と位相特性を求めよ( $\omega$ の式).
- ② 振幅特性 $|H(e^{j\omega})|, |G(e^{j\omega})|$ の概略を $\omega T = 0 \sim \pi$ の範囲で図示せよ.
- ③  $g(n) = (-1)^n h(n)$ であることに着目して2つの振幅特性の関係を求めよ(式と文章で表現).

$$\begin{aligned} h(-1) &= 0.5, & h(0) &= 1, & h(1) &= 0.5 \\ g(-1) &= -0.5, & g(0) &= 1, & g(1) &= -0.5 \end{aligned}$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-1}^1 h(n) e^{-j\omega n T}$$

4

問題3

$G(z)$ と $H(z)$ が次の関係にあるとき, これらの周波数特性 $G(e^{j\omega}), H(e^{j\omega})$ にはどのような関係があるか, 理由を付して述べよ.

- (a)  $G(z) = H(-z)$
- (b)  $G(z) = H(z^{-1})$
- (c)  $G(z) = z^{-1} H(z)$

(解答例)

<周波数特性の関係>

(a), (b), (c) ... 「 $G(e^{j\omega})$ は $H(e^{j\omega})$ を〇〇したものである」

<インパルス応答の関係>

(a), (c) ... 「 $G(e^{j\omega})$ のインパルス応答 $g(n)$ は $H(e^{j\omega})$ のインパルス応答 $h(n)$ を〇〇したものである」

5

問題4

画像の圧縮符号化において, DCTやDWTが用いられるが, これらに関して以下の問いに答えよ.

- ① DCTとDWTの違いを述べよ.
- ② 孤立波形を表すのにどちらが適しているか定性的に述べよ.

6

問題5

ウェーブレット変換(WT)は、入力信号の周波数特性をLPF:  $H_0^{(0)}(e^{j\omega})$ とHPF:  $H_1^{(0)}(e^{j\omega})$ により低域と高域に分け、その後1/2にダウンサンプルする。低域側ではさらにLPF:  $H_0^{(1)}(e^{j\omega})$ とHPF:  $H_1^{(1)}(e^{j\omega})$ で分け、その後1/2にダウンサンプルする。これを繰り返す。これに関して以下の問いに答えよ。

- ①  $H_0^{(0)}(e^{j\omega})$ と $H_1^{(0)}(e^{j\omega})$ 及び $H_0^{(1)}(e^{j\omega})$ と $H_1^{(1)}(e^{j\omega})$ の振幅特性を図示せよ。但し、ダウンサンプル前の標準化周波数を $f_s$ としたとき、前2者は $f = 0 \sim f_s/2$ 、後2者は $f = 0 \sim f_s/4$ の範囲で図示せよ。

7

- ②  $H_0^{(0)}(e^{j\omega})$ と $H_1^{(0)}(e^{j\omega})$ 及び $H_0^{(1)}(e^{j\omega})$ と $H_1^{(1)}(e^{j\omega})$ のインパルス応答 $h_i^{(k)}(n)$ の概略図(包絡線)を示せ。

但し、時間軸上の広がり比較できるように図示せよ。インパルス応答を計算する必要はなく、 $H_i^{(k)}(e^{j\omega})$ の帯域幅を参考にして、**広がり比較できる概略図を描く**。

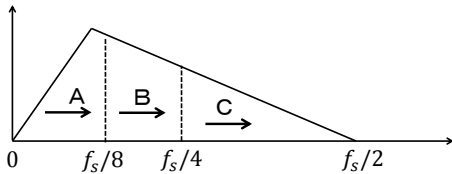
- ③ 次頁に示す周波数特性を有する信号 $x(n)$ をWTに入力した。次の信号の周波数特性を( )内の範囲で図示せよ。A, B, Cと矢印も記入すること(DS:ダウンサンプル)。

- (a)  $H_0^{(0)}(e^{j\omega})$ の出力信号を1/2にDS→  $y_0^{(1)}(0 \leq f \leq f_s/2)$   
 (b)  $H_1^{(0)}(e^{j\omega})$ の出力信号を1/2にDS→  $y_1^{(1)}(0 \leq f \leq f_s/2)$   
 (c)  $H_0^{(1)}(e^{j\omega})$ の出力信号を1/2にDS→  $y_0^{(2)}(0 \leq f \leq f_s/4)$   
 (d)  $H_1^{(1)}(e^{j\omega})$ の出力信号を1/2にDS→  $y_1^{(2)}(0 \leq f \leq f_s/4)$

8

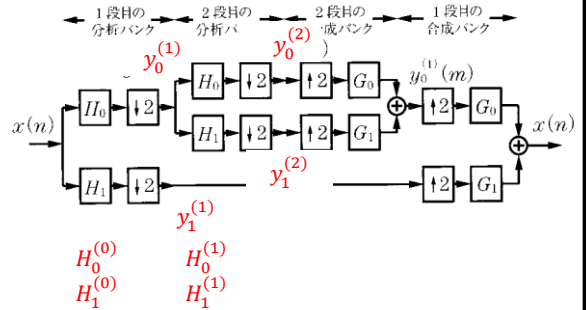
ただし、③においては、LPFとHPFの遷移帯域は急峻であるとする。

問題5③におけるWTに対する入力信号 $x(n)$ の周波数特性



9

(参考)フィルタバンクの構成



10