

情報理論
期末試験(木曜2限クラス)
(問題と解答例/60点満点)

2017.1.19

(注意事項)

- 教科書, 資料等の持ち込み不可. 電卓専用機使用可.
- 解答は分数または小数(有効数字3桁以内)で示すこと.
<問題用紙は持ち帰ってください>

1

問題1(5点×2=10点)

4ビット分の雑音が混入しても

- (a)誤り検出可能
- (b)誤り訂正可能

であるための符号語間の最小ハミング距離(偶数)を求めよ. (a), (b)に対して各々最小距離を求めること.

2

<解答例>

符号間の最小距離(n)が偶数であるから,
 $n = 2b$

・誤り検出可能

$$2b - 1 = 4 \rightarrow b = \frac{5}{2} \rightarrow 3, \quad \text{最小距離} = 2b = 6$$

・誤り訂正可能

$$b - 1 = 4 \rightarrow b = 5, \quad \text{最小距離} = 2b = 10$$

3

問題2(5点×2=10点)

次に示す長さ15の符号語(情報ビット=10, 検査ビット=5)の三角形符号について以下の間に答えよ.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & p_2 \\ 1 & 1 & p_3 \\ 1 & p_4 \\ p_5 \end{bmatrix}$$

(1)送信側で付加する検査ビット $p_1 \sim p_5$ を求めよ.

(1,0を用いた排他的論理和も示すこと)

(2)受信側で y_i を計算したところ, 下記ようになった.

(a) $y_2 = 1, y_5 = 1, y_i = 0, i \neq 2, 5$

(b) $y_4 = 1, y_i = 0, i \neq 4$

1ビットの誤りが発生した箇所を x_{ij} または p_i で答えよ.

(注意)(a)と(b)に対する答えは別々に求める.

4

<解答例>

(1)

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0 \\ p_2 &= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1 \\ p_3 &= 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1 \\ p_4 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \\ p_5 &= 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1 \end{aligned}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & p_2 \\ 1 & 1 & p_3 \\ 1 & p_4 \\ p_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

排他的論理和が書かれていない場合は減点(-2点)

5

(2a) $y_2 = 1, y_5 = 1$

$$Y = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & p_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & p_2 & \leftarrow y_2 \\ x_{31} & x_{32} & p_3 \\ x_{41} & p_4 \\ p_5 \\ \uparrow \\ y_5 \end{bmatrix}$$

y_2 と y_5 の双方に含まれる情報ビットは x_{21} である.

(2b) $y_4 = 1$

1個の y_i に含まれているビットは検査ビットであるから,
 y_4 に含まれている p_4 に誤りがある.

6

問題5(5点×2=10点)

巡回符号に関して以下の問に答えよ。但し、 $n=7, k=4$, 生成多項式 $G(x) = x^3 + x + 1$ とする。

受信側で以下に示す符号語(a), (b)を受信した。誤り(1bit)を含むかどうか調べよ。また、誤りがある場合はどのビットが誤っているか調べ、訂正後の符号語を示せ。計算過程を示すこと。割り算の計算も示すこと。

(a) $(d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1010110)$

(b) $(d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1000101)$

(参考)	余り関数	誤りビット	e_2	e_1	e_0
誤りビット	$e_2 e_1 e_0$	d_0	0	1	1
d_3	1 0 1	c_2	1	0	0
d_2	1 1 1	c_1	0	1	0
d_1	1 1 0	c_0	0	0	1

(a) $(d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1010110)$

$F'(x) = x^6 + x^4 + x^2 + x$

$E(x) = x^2 + 1$

$(e_2, e_1, e_0) = (101)$

d_3 に誤りあり

$(1010110) \rightarrow (0010110)$

$$\begin{array}{r} x^3 + 1 \\ x^3 + x + 1 \overline{) x^6 + x^4 + x^2 + x} \\ \underline{x^6 + x^4 + x^3} \\ x^3 + x^2 + x \\ \underline{x^3 + x + 1} \\ x^2 + 1 \end{array}$$

(b) $(d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1000101)$

$F'(x) = x^6 + x^2 + 1$

$E(x) = 0$ であるから

誤りなし

$$\begin{array}{r} x^3 + x + 1 \\ x^3 + x + 1 \overline{) x^6 + x^2 + 1} \\ \underline{x^6 + x^4 + x^3} \\ x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ \underline{x^4 + x^2 + x} \\ x^3 + x + 1 \\ \underline{x^3 + x + 1} \\ 0 \end{array}$$