



## 2 相殺されない誤差を補正する間接形 DCT

時間  $n$  の時,  $M$  点の入力ベクトル  $[u(n), \dots, u(n-M+1)]$  に対する DCT の定義式は,

$$C_m(n) = k_m \sum_{i=n-M+1}^n u(i) \cos\left(\frac{(2(i-n+M-1)+1)m\pi}{2M}\right) \quad (1)$$

$$k_m = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & m = 0 \\ 1, & m = 1, \dots, M-1 \end{cases}$$

である. これを  $2M$  点の偶対称ベクトルと考え,  $M$  点 DCT を  $2M$  点 DFT に関連付けると,

$$A_m(n) = \sum_{i=n-M+1}^n u(i) W_{2M}^{m(n-i)} + \sum_{i=n-2M+1}^{n-M} u(-i+2n-2M+1) W_{2M}^{m(n-i)} \quad (2)$$

$$= W_{2M}^{m(M-1/2)} \sum_{i=n-M+1}^n u(i) \left( W_{2M}^{-m(i-n+M-1/2)} + W_{2M}^{m(i-n+M-1/2)} \right) \quad (3)$$

$$W_{2M}^k = \exp(-j2\pi k/2M) \quad (4)$$

となる. 式 (3) は, オイラーの公式と式 (1) より式 (3) は式 (5) に関連づけられる.

$$C_m(n) = \frac{1}{2} k_m (-1)^m W_{2M}^{m/2} A_m(n) \quad (5)$$

間接形 DCT は式 (5) を次式のように変形する.

$$C_m(n) = \frac{1}{2} k_m (-1)^m W_{2M}^{m/2} \left( A_m^{(1)}(n) + A_m^{(2)}(n) \right) \quad (6)$$

$$A_m^{(1)}(n) = W_{2M}^m A_m^{(1)}(n-1) + (u(n) - (-1)^m u(n-M)) \quad (7)$$

$$A_m^{(2)}(n) = W_{2M}^{-m} A_m^{(2)}(n-1) + W_{2M}^{-m} (u(n) - (-1)^m u(n-M)) \quad (8)$$

ここで, 式 (7) と式 (8) の第 1 項は帰還路である. 回転子と入力信号の量子化誤差により, 極が単位円外に出ると回路が不安定になる. それを回避するために, 極の絶対値が 1 より小さくするように修正する.

$$A_m^{(1)}(n) = \beta W_{2M}^m A_m^{(1)}(n-1) + (u(n) - \beta (-1)^m u(n-M)) \quad (9)$$

$$A_m^{(2)}(n) = \beta W_{2M}^{-m} A_m^{(2)}(n-1) + W_{2M}^{-m} (u(n) - \beta (-1)^m u(n-M)) \quad (10)$$

ここで,  $\beta = 0.99$ [5][1] が用いられる. この極の安定化係数  $\beta$  を導入することで回路の安定化は可能である. しかし, この修正によって伝達関数の分子と分母の相殺関係が崩れてしまう. つまり, 式 (9) と式 (10) の右辺第 1 項の帰還部分と右辺第 3 項の遅延入力部分が一致しなくなる. このため, 直交変換の入力ベクトルとして使用されない過去の入力信号が相殺されずに残留し収束特性の悪化につながる雑音が発生する.

そこで, 間接形 DCT の構成として, 式 (9) と式 (10) を以下のように補正することで相殺されない誤差による雑音を軽減する方法を提案する.

$$A_m^{(1)}(n) = \beta W_{2M}^m A_m^{(1)}(n-1) + (u(n) - \beta^M (-1)^m u(n-M)) \quad (11)$$

$$A_m^{(2)}(n) = \beta W_{2M}^{-m} A_m^{(2)}(n-1) + W_{2M}^{-m} (u(n) - \beta^M (-1)^m u(n-M)) \quad (12)$$

遅延入力部分である第 3 項を  $\beta^M$  とすることで,  $M$  サンプル前の入力信号が  $M$  回帰還回路を通過したために補正された値に近似させる. これにより修正前の式 (9) と式 (10) に比べ, 過去の入力の残留量が減少するため雑音の発生をなくすることができる.

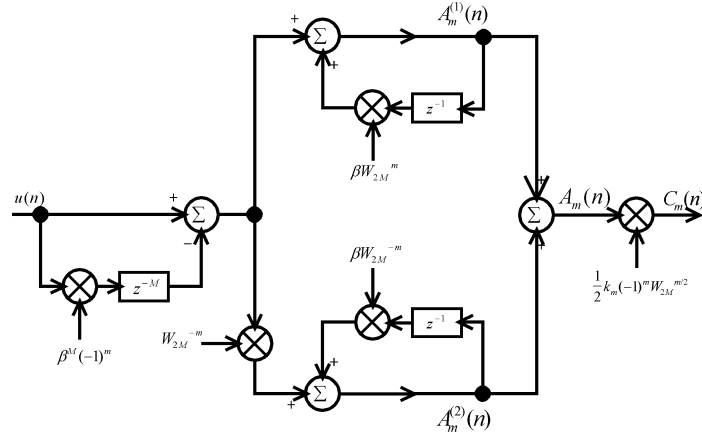


図 2: 間接形 DCT

### 3 安定な DCT 出力自乗平均化法

第 2 ステージの適応フィルタの重み係数  $w$  更新には正規化 LMS アルゴリズムを用いる。Normalized LMS アルゴリズムは適応フィルタの各タップ入力の自乗した値を合計し、これを平均値  $\lambda$  として用いる。

$$\hat{\lambda}(n) = \|\mathbf{u}(n)\|^2 \quad (13)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{\hat{\lambda}(n) + \delta} \mathbf{u}(n)e(n) \quad (14)$$

これは、各タップに与えられる入力単純遅延であるために同じ入力と見なすことができる。

DCT-LMS の場合、各 DCT タップの出力がそのまま適応フィルタに与えられるため、同一入力ではない。

$$w_m(n+1) = w_m(n) + \frac{\alpha}{\hat{\lambda}_m(n) + \delta} C_m(n)e(n) \quad (15)$$

ただし、 $\alpha = 1/2M$  である。自乗平均値は各タップの出力ごとに計算する必要がある。この自乗平均値には過去の DCT 出力から計算されるが、実現には記憶容量を必要としない方法が適切である。そこで過去の DCT の出力に忘却係数  $\gamma$  をかけて入力回数によって平均化する [1]

$$\hat{\lambda}_m(n) = \gamma \hat{\lambda}_m(n-1) + \frac{1}{n} (C_m^2(n) - \gamma \hat{\lambda}_m(n-1)) \quad (16)$$

が用いられている。忘却係数  $\gamma$  は  $0 < \gamma < 1$  の値を持つ。この方法は入力された信号が定常的で固有値広がり小さい入力信号の場合有効である。しかし、音声などの非定常入力の場合には不安定になりやすい欠点がある。さらに、式 (16) は  $1/n$  の項を持つために、更新回数  $n$  が増加すると 0 に収束する。それにより、 $\gamma$  が 1 に近い値が必要になる。

そこで、自乗平均に用いる過去の DCT 出力の影響範囲を短くし、音声など非定常入力の場合でも安定させる方法を提案する。記憶容量を必要としないために、平均化を忘却係数  $\gamma$  による等比級数形自乗平均値とした。忘却係数  $\gamma$  は  $L = 1/(1 - \gamma)$  とし次式を与える。

$$\hat{\lambda}_m(n) = C_m^2(n)/L + \gamma \hat{\lambda}_m(n-1) \quad (17)$$

$L$  が一定値であるために更新回数の増加による 0 への収束はない。 $\gamma$  または  $L$  の値により、適応フィルタの重み係数更新に与える影響範囲を決定できるため、音声などの非定常信号に対して安定化させやすい。また、式 (15) の係数  $\alpha$  が  $\lambda$  の安定化によって  $1/M$  と変更され、適応フィルタの重み係数更新が高速化できる。

### 4 計算量の比較

DCT-LMS, NLMS や RLS の計算量について比較を行う。 $M$  タップ適応フィルタに必要な計算量は表 1 となる。間接形 DCT は今回提案した方法と、Haykin らによる方法 [1] の計算量は同一である。また、表 1 より、提案した間接型 DCT-LMS は NLMS に比べ約 2 倍の計算量で実現できる。

表 1:  $M$  タップ適応フィルタの計算量

	間接型 DCT-LMS	直接形 DCT-LMS	NLMS	RLS
乗算器	$11M$	$M^2 + 6M$	$5M$	$5M^2 + 4M$
加算器	$9M$	$M^2 + 4M$	$4M$	$4M^2 + 3M$
遅延器	$4M$	$2M$	$M$	$M$

## 5 収束特性の比較

入りにガウス性白色雑音, それを 2 次 AR 過程で有色化した信号, および図 3 の音声信号を用いた. 未知系には 12 次の IIR-LPF を用い, フィルタ長  $M = 50$  で未知系の主要インパルス応答の約 99.97% を推定可能である. 固有値広がり, 白色雑音が約 1.7, 有色が約 250 である. 各適応フィルタのパラメータは, NLMS が  $\alpha = 1, \delta = 0.001$ , RLS が初期値 1, 忘却係数 0.95 で, DCT-LMS は  $\delta = 0.001 \times M, \alpha$  は提案した方法が  $1/M$ , Haykin らの方法 [1] が  $1/2M$  である. ただし, 音声信号の場合は安定性のため,  $\delta$  は NLMS が 0.01 に, DCT-LMS は  $0.01 \times M$  に変更した. また, 提案した間接型 DCT-LMS は係数更新の初期段階では各 DCT の出力自乗平均値  $\hat{\lambda}_m$  が微小であるため安定した重み係数  $w$  の更新が行うことができない. そこで, フィルタ長  $M$  分の回数は更新を停止し, その後更新を行っている.

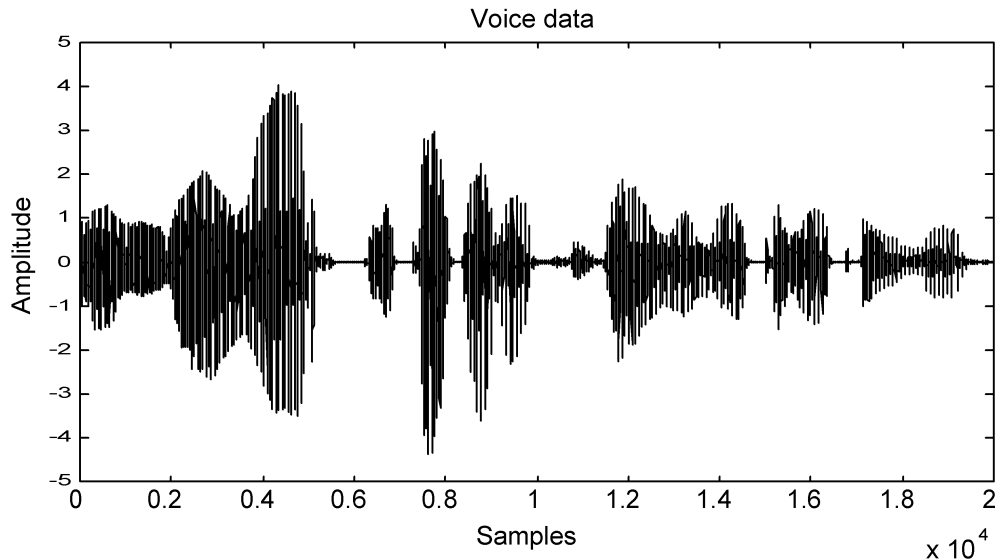


図 3: 音声信号

図 4 はガウス性白色信号, 図 5 は有色信号のそれぞれ 100 回繰り返した自乗和平均値を未知システムの全出力の自乗平均値で正規化した. 同様に図 6 は音声信号を入力に用い, 未知システムの全出力の自乗平均値で正規化している.

Haykin らの間接形 DCT-LMS[1] は, 残留入力雑音によりフィルタ長の約 2 倍付近までは減少しているが, その後は約  $-8\text{dB}$  付近で収束する. これに対して, 提案する方法では学習の初期部分は重み係数更新停止の影響で誤差の減少開始は遅れているが, 約  $-60\text{dB}$  まで減少する. また, 収束速度は NLMS に比べ白色では初期部分の重み係数更新の停止期間だけ遅いが, 有色では更新回数約 1500 付近で収束し改善してことがわかる. 非正常入力信号である音声信号に対しても NLMS に比べ, 収束速度や誤差が改善している.

## 6 まとめ

従来形の間接形 DCT に比べ残留入力雑音の影響がないことから, 提案した間接形 DCT アルゴリズムの改善法の有効性が確認できた. ただし, 間接形 DCT の根の安定化係数  $\beta$  によりフィルタ長  $M$  の増加に伴い DCT の出力の

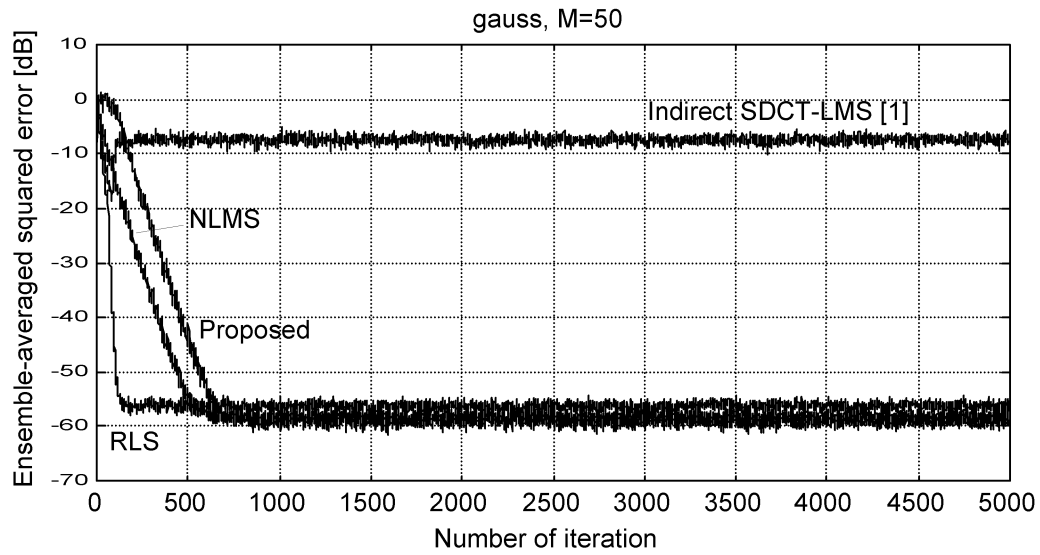


図 4: 白色信号入力による誤差特性

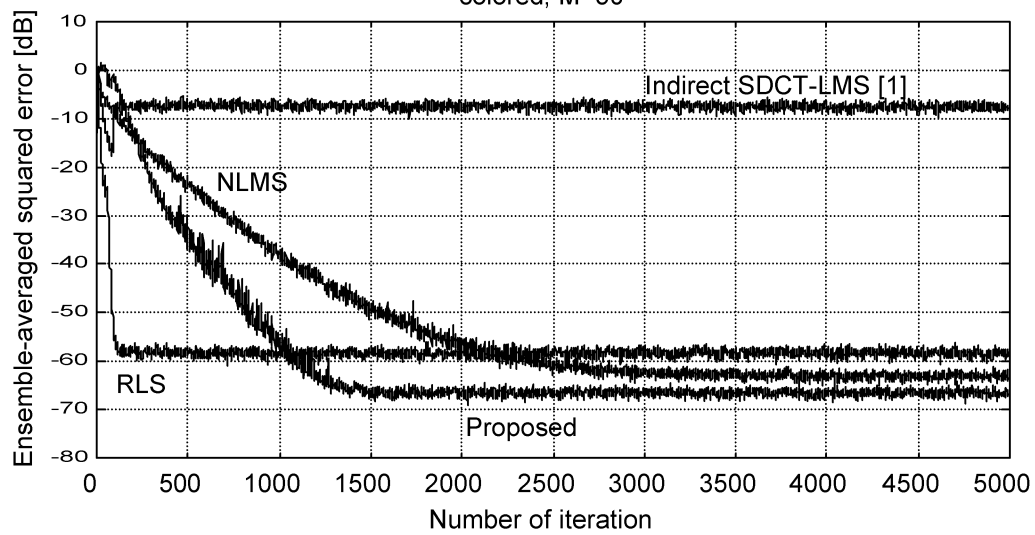


図 5: 有色信号入力による誤差特性

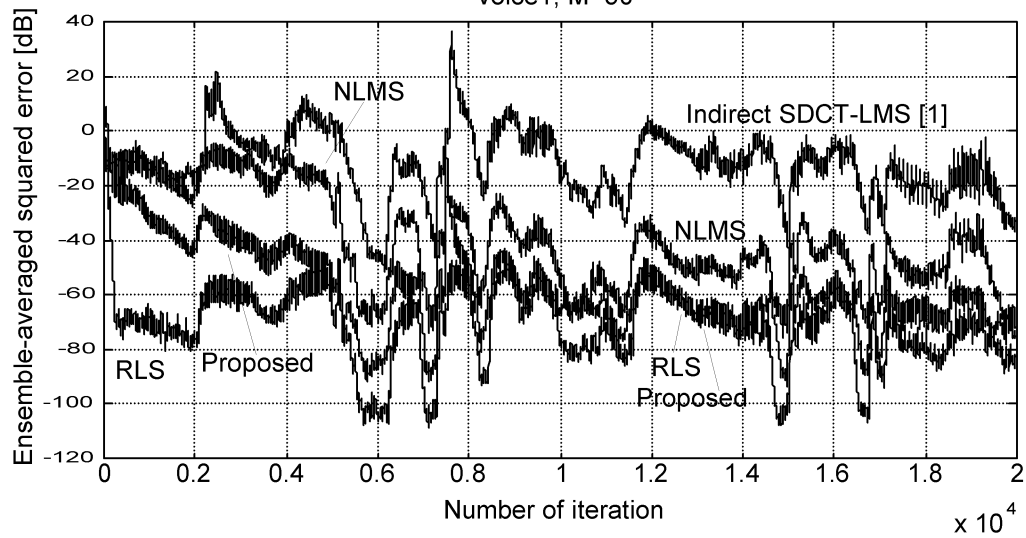


図 6: 音声信号入力による誤差特性

減衰が無視できなくなる可能性がある。  $\beta$  の適切な値の設定の仕方について今後検討が必要と思われる。

また、提案した係数修正アルゴリズムにより、白色の場合は NLMS に比べやや遅いが、入力信号の固有値広がりが多い有色信号の場合では NLMS に比べ収束速度が改善できることを確認した。ただし、忘却係数  $\gamma$  とそれによる DCT 出力自乗平均値の影響範囲が安定性や収束特性に与える影響については今後検討が必要である。

さらに、計算量については NLMS の約 2 倍ではあるが、適応フィルタのタップ数と同数の DCT が必要である。間接形 DCT はフィルタ長に比例しているが、フィルタ長が大きくなると実現する場合に問題となると思われる。直交変換器の大きさと適応フィルタの大きさを独立に設定可能な手段が必要になるとと思われる。

## 参考文献

- [1] Simon Haykin, “Adaptive Filter Theory” PRENTICE-HALL, 3rd edition, 1996
- [2] Johe J. Shynk, “Frequency-domain and multirate adaptive filtering” IEEE SP MAGAZINE, pp.14-37, Jan., 1992
- [3] Françoise Beaufays, “Transform-domain adaptive filters: An analytical approach” IEEE Trans. Signal Process., Vol. 43, No. 2, pp.422-431, Feb., 1995
- [4] Françoise Beaufays and Bernard Widrow, “Two layer linear structures of fast adaptive filtering” Ph.D. dissertation, Stanford University, pp.III-87–III-93, 1995
- [5] Johe J. Shynk and Bernard Widrow, “Bandpass adaptive pole-zero filtering”, IEEE ICASSP 86 TOKYO, pp.2107-2110, 1986
- [6] Giridhar Mandyam and Nasir Ahmed, “The discrete laguerre transform: Derivation and applications” IEEE Trans. Signal Process., Vol. 44, No. 12, pp.2925-2931, Dec., 1996
- [7] Antoni Fertner “Frequency-domain echo canceller with phase adjustment” IEEE Trans. Circuits and Systems – II, Vol. 44, No. 10, pp.835-841, Oct., 1997
- [8] Vipul N. Parikh and Anna Z. Baraniecki, “The use of the modified escalator algorithm to improve the performance of transform-domain lms adaptive filters” IEEE Trans. Signal Process., Vol. 46, No. 3, pp.625-635, Mar., 1998