平成27年度前期
電子情報工学科(5年生)

人工知能

期末試験
問題と解答例(60点満点)
(平均点:47.1点, 78.4%)

2015. 9. 30

(注意事項)
教科書, 資料等の持ち込み不可.
電卓使用可

1

問題1(5点×4題=20点)

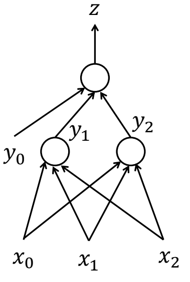
次の2頁に示す, ○と□を分離する2層ニューラルネットワークに関して以下の問に答えよ.

① w_{ji}を求めよ. 但し, $w_{12} = w_{22} = 1$とする.
② ①で求めたw_{ji}を用いたとき, 入力データ(□, ○)に対するy_1, y_2を求めて, プロットせよ(横軸: y_1, 縦軸: y_2). □と○で表示する.
③ 式(3)の直線($v = 0$)と境界データの距離が最大となるようにw_jを決めよ. 但し, $w_2 = 1$とする. この直線を②で用いた座標軸上で図示せよ.
④ ①と③で求めたw_{ji}, w_jを用いたとき, 入力データに対するzの値を求めよ.

2

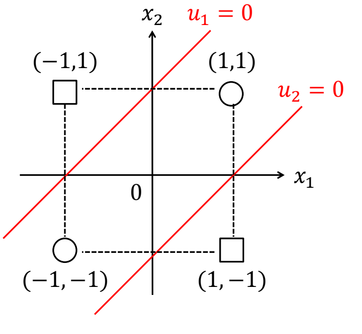
2層ニューラルネットワークの回路図の方程式

$$u_1 = w_{10}x_0 + w_{11}x_1 + w_{12}x_2 \cdots (1)$$
$$u_2 = w_{20}x_0 + w_{21}x_1 + w_{22}x_2 \cdots (2)$$
$$x_0 = 1, y_0 = 1$$
$$y_j = f(u_j) = \begin{cases} 1, & u_j > 0 \\ -1, & u_j < 0 \end{cases}$$
$$v = w_0y_0 + w_1y_1 + w_2y_2 \cdots (3)$$
$$z = f(v) = \begin{cases} 1, & v > 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases}$$



3

データの分布と境界線



4

＜解答例＞

① 式(1), (2)と$u_1 = 0, u_2 = 0$より

$$x_2 = -\frac{w_{11}}{w_{12}}x_1 - \frac{w_{10}}{w_{12}} \cdots (1)'$$
$$x_2 = -\frac{w_{21}}{w_{22}}x_1 - \frac{w_{20}}{w_{22}} \cdots (2)'$$

グラフより

$$x_2 = x_1 + 1 \cdots (1)''$$
$$x_2 = x_1 - 1 \cdots (2)''$$

式$(1)', (1)''$及び$(2)', (2)''$, 及び, $w_{12} = w_{22} = 1$より

$$w_{11} = -1, w_{10} = -1$$
$$w_{21} = -1, w_{20} = 1$$

5

②, ④

①より

$$u_1 = -1 - x_1 + x_2$$
$$u_2 = \ \ 1 - x_1 + x_2$$

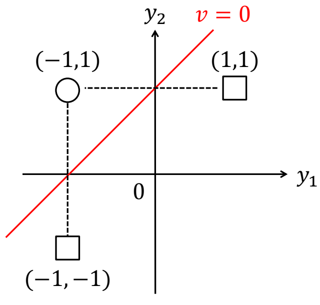
③より

$$v = -1 - y_1 + y_2$$

分類	x_1	x_2	u_1	u_2	y_1	y_2	v	z
○	−1	−1	−1	1	−1	1	1	1
□	−1	1	1	3	1	1	−1	−1
□	1	−1	−3	−1	−1	−1	−1	−1
○	1	1	−1	1	−1	1	1	1

6

②, ③
$(y_1 - y_2)$座標系において境界データと境界線$(v = 0)$の距離が最大となる直線配置



7

③

式(3)と$v = 0$より
$$y_2 = -\frac{w_0}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} y_1 \cdots (3)'$$

グラフより
$$y_2 = y_1 + 1 \cdots (3)''$$

式$(3)', (3)''$, 及び$w_2 = 1$より
$w_0 = -1, \quad w_1 = -1$

8

問題2（５点×４題＝２０点）

パーセプトロンにおいて，入力データ$x_1(n), x_2(n)$に対する出力を$y(n)$とし，目標値を$d(n)$とする．
$$u(n) = w_1(n)x_1(n) + w_2(n)x_2(n)$$
$$y(n) = f\big(u(n)\big) = \begin{cases} 1, u(n) \geq 0 \\ -1, u(n) < 0 \end{cases}$$
$$e(n) = d(n) - y(n)$$
$w_1(n), w_2(n)$を次式で更新することにより，誤差$e(n)$が減少することを示せ．
$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu e(n) x_i(n), 0 < \mu \cdots (1)$$

（場合分け）
(1) $e(n) > 0, x_i(n) > 0$　(3) $e(n) < 0, x_i(n) > 0$
(2) $e(n) > 0, x_i(n) < 0$　(4) $e(n) < 0, x_i(n) < 0$

9

＜解答例＞
$w_i(n)$の修正量を
$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n)$$
とし，これによる$u(n)$の変化分を
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n)$$
とする．
さらに，$e(n) = d(n) - y(n)$であるから，
$e(n) > 0$に対して$y(n) = -1 \rightarrow 1 (\Delta u(n) > 0)$
$e(n) < 0$に対して$y(n) = 1 \rightarrow -1 (\Delta u(n) < 0)$
とすることにより，誤差$e(n)$を減少$(\rightarrow 0)$ができる．

このためには，
$e(n) > 0$に対して$\Delta u(n) > 0$
$e(n) < 0$に対して$\Delta u(n) < 0$
となることが必要である．

10

(1) $e(n) > 0, x_i(n) > 0$
$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) > 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) > 0$$
(2) $e(n) > 0, x_i(n) < 0$
$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) < 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) > 0$$
(3) $e(n) < 0, x_i(n) > 0$
$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) < 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) < 0$$
(4) $e(n) < 0, x_i(n) < 0$
$$\Delta w_i(n) = \mu e(n) x_i(n) > 0$$
$$\Delta u(n) = \Delta w_i(n) x_i(n) < 0$$
以上のように，$e(n) > 0$に対して$\Delta u(n) > 0$，$e(n) < 0$に対して$\Delta u(n) < 0$となるので，式(1)による$w_i(n)$の更新により誤差$e(n)$を減少できることが示された．

11

問題3（６点＋８点＋６点＝２０点）

3ニューロンから成るホップフィールドネットワークにおいて，次の2つのパターンを記憶する場合を考える．

$N = 3, M = 2$
$$\boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{p}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

① 結合重みw_{ji}を求めよ．
② 全てのパターンを初期状態として，状態遷移の過程とその結果（安定状態）を求めよ．状態遷移の様子を示すこと．
③ 状態遷移の様子を直方体上に示せ．

12

<＜解答例＞

① $N=3, M=2$

$$\boldsymbol{p}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{p}_2=\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}[1,1,-1]+\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}[-1,-1,1]-\frac{2}{3}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}2,2,-2\\2,2,-2\\-2,-2,2\end{bmatrix}-\frac{2}{3}\begin{bmatrix}1,0,0\\0,1,0\\0,0,1\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}0,2,-2\\2,0,-2\\-2,-2,0\end{bmatrix}$$

以上より,

$$w_{12}=w_{21}=\frac{2}{3}, w_{13}=w_{31}=-\frac{2}{3}$$

$$w_{23}=w_{32}=-\frac{2}{3}, w_{jj}=0$$

②

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	1	1
1	0	0	(−)	1	1	−1
2	+	+	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	1	−1
1	+	+	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	−1	1
1	(−)	0	0	−1	−1	1
2	−	−	+	−1	−1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				1	−1	−1
1	0	(+)	0	1	1	−1
2	+	+	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	1	1
1	0	(−)	0	−1	−1	1
2	−	−	+	−1	−1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	1	−1
1	(+)	0	0	1	1	−1
2	+	+	−	1	1	−1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	−1	1
1	−	−	+	−1	−1	1

n	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3
0				−1	−1	−1
1	0	0	(+)	−1	−1	1
2	−	−	+	−1	−1	1

状態遷移のまとめ

$$\begin{Bmatrix}[1,1,1]\\ [1,1,-1]\\ [1,-1,-1]\\ [-1,1,-1]\end{Bmatrix}\rightarrow[1,1,-1]\qquad \begin{Bmatrix}[1,-1,1]\\ [-1,1,1]\\ [-1,-1,1]\\ [-1,-1,-1]\end{Bmatrix}\rightarrow[-1,-1,1]$$

③