

平成26年度前期
電子情報工学科 4年生

情報理論
期末試験
(問題と配点/解答例)

2014. 9. 25

教科書, 資料等の使用不可
電卓使用可

(2)

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1 \oplus x_2 \oplus c_1 \\ s_2 &= x_2 \oplus x_3 \oplus c_2 \\ s_3 &= x_1 \oplus x_3 \oplus c_3 \end{aligned}$$

(3)

誤りビット	シンドローム		
	s_1	s_2	s_3
x_1	1	0	1
x_2	1	1	0
x_3	0	1	1
c_1	1	0	0
c_2	0	1	0
c_3	0	0	1

問題1 (20点)

ハミング距離に基づく(a)誤り検出可能, (b)誤り訂正可能な雑音量(ハミング距離/ビット数)を求めよ.

- (1) 符号語のハミング距離が5である場合.
(2) 符号語のハミング距離が4である場合.

<解答>

- (1) (a) 4, (b) 2
(2) (a) 3, (b) 1

問題3 (20点)

巡回符号に関して以下の間に答えよ. 但し, $n = 7, k = 4, G(x) = x^3 + x + 1$ とする.

符号語を

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (w_6, w_5, w_4, w_3, w_2, w_1, w_0) \\ &= (d_3, d_2, d_1, d_0, c_2, c_1, c_0) \end{aligned}$$

とするとき, w_i に誤りが発生すると受信符号の多項式は

$$F'(x) = G(x)Q(x) + x^i$$

となる. $x^i, i = 6 \sim 0$ を $G(x) = x^3 + x + 1$ で割り, その余り $E(x) = e_2x^2 + e_1x + e_0$ より, 誤りビット(*)と(e_2, e_1, e_0)の関係を求めよ.

(*) ($d_3, d_2, d_1, d_0, c_2, c_1, c_0$)で示す.

問題2 (20点)

ハミング符号について以下の間に答えよ.
 $n = 6, k = 3$ とし, 情報ビットを $x_1 \sim x_3$, 検査ビットを $c_1 \sim c_3$ とする. 符号語を $\mathbf{w} = (x_1, x_2, x_3, c_1, c_2, c_3)$ とする.

- (1) $c_1 \sim c_3$ を $x_1 \sim x_3$ の排他的論理和で表せ.
(2) $s_1 \sim s_3$ を $x_1 \sim x_3, c_1 \sim c_3$ の排他的論理和で表せ.
(3) $\mathbf{w} = (x_1, x_2, x_3, c_1, c_2, c_3)$ において, 誤りが生じているビットとそれに対するシンドローム(s_1, s_2, s_3)を求めよ.

<解答例> 以下に示す式表現以外も可能である.

(1)

$$\begin{aligned} c_1 &= x_1 \oplus x_2 \\ c_2 &= x_2 \oplus x_3 \\ c_3 &= x_1 \oplus x_3 \end{aligned}$$

<解答>

$x^i, i = 6 \sim 0$ を $G(x) = x^3 + x + 1$ で割り算する計算過程を示すこと.

誤りビット エラーパターン

	e_2	e_1	e_0
d_3	1	0	1
d_2	1	1	1
d_1	1	1	0
d_0	0	1	1
c_2	1	0	0
c_1	0	1	0
c_0	0	0	1

問題4(20点)

巡回符号に関して以下の問に答えよ。但し、 $n = 7, k = 4, G(x) = x^3 + x + 1$ とする。

以下に示す情報ビット $(a), (b)$ に対する符号語を求めよ。但し、次の手順で計算し、その計算過程も示すこと。

$$p(x) \rightarrow x^3 p(x) \rightarrow G(x) \text{で割る} \rightarrow R(x) \rightarrow F(x)$$

$$(a) (d_3 d_2 d_1 d_0) = (1001)$$

$$(b) (d_3 d_2 d_1 d_0) = (0101)$$

<解答>

(a)

受信符号の多項式: $F'(x) = x^6 + x^3 + x^2 + x$
 $G(x) = x^3 + x + 1$ で割ったときの余り $E(x) = e_2 x^2 + e_1 x + e_0$ を計算する。その結果、 $E(x) = 0$ となり、割り切れることが分かる。従って、受信符号(1001110)に誤りはない。

(b)

受信符号の多項式: $F'(x) = x^6 + x^3 + 1$ を $G(x) = x^3 + x + 1$ で割ったときの余りは $E(x) = x^2 + x + 1$ となり、受信符号(1001001)に誤りがある。 $(e_2, e_1, e_0) = (111)$ であるから、問題3の結果より、 d_2 に誤りがある。従って、訂正後の符号は(1101001)となる。

<解答>

$$(a) (d_3 d_2 d_1 d_0) = (1001)$$

$$p(x) = x^3 + 1 \rightarrow x^3 p(x) = x^6 + x^3$$

$$\rightarrow G(x) = x^3 + x + 1 \text{で割る} \rightarrow \text{余り} R(x) = x^2 + x$$

$$\rightarrow F(x) = x^3 p(x) + R(x) = x^6 + x^3 + x^2 + x$$

$$\rightarrow \mathbf{w} = (1001110)$$

$$(b) (d_3 d_2 d_1 d_0) = (0101)$$

$$p(x) = x^2 + 1 \rightarrow x^3 p(x) = x^5 + x^3$$

$$\rightarrow G(x) = x^3 + x + 1 \text{で割る} \rightarrow \text{余り} R(x) = x^2$$

$$\rightarrow F(x) = x^3 p(x) + R(x) = x^5 + x^3 + x^2$$

$$\rightarrow \mathbf{w} = (0101100)$$

問題5(20点)

巡回符号に関して以下の問に答えよ。但し、 $n = 7, k = 4, G(x) = x^3 + x + 1$ とする。

受信側で以下に示す符号語 $(a), (b)$ を受信した。誤り(1bit)を含むかどうか調べよ。また、誤りがある場合はどのビットが誤っているか調べ、訂正後の符号を示せ。(問題3における誤りビットと $(e_2 e_1 e_0)$ の関係を参照)

* 計算過程を示すこと。

$$(a) (d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1001110)$$

$$(b) (d_3 d_2 d_1 d_0 c_2 c_1 c_0) = (1001001)$$