

## 情報数学

中山クラス

小テスト予想問題  
解答例

質問がある場合は

[nakayama@t.kanazawa-u.ac.jp](mailto:nakayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

までメールしてください。

PC, 携帯, スマホなど, 何からでもOKです。

問題5 (p.28, 例2.13)

赤いボール3個, 青いボール2個, 黄色いボール1個から5個選んで作る順列の数を求めよ。

<解答例>

全てのボールを使用しない場合であり, 5個の構成を分けて定理2.15を適用する。

<5個の構成>

①赤3個+青2個

②赤3個+青1個+黄色1個

③赤2個+青2個+黄色1個

$$\text{①}+\text{②}+\text{③}=\binom{5}{3,2}+\binom{5}{3,1,1}+\binom{5}{2,2,1}$$

$$=\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{3!1!1!}+\frac{5!}{2!2!1!}=10+20+30=60$$

問題1 (pp.23, 定理2.12)

次式において,  $x^7$ の係数を求めよ。

$$(1+x)^{10}$$

<解答例>

二項定理より $x^7$ の係数は ${}_{10}C_7$ である。

$${}_{10}C_7=\frac{10!}{(10-7)!7!}=\frac{10!}{3!7!}=120$$

問題2 (p.25, 定理2.13)

次の値を求めよ。但し, 答えは指数(べき乗)の形で良い。

$${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5$$

<解答例>

定理2.13において,  $n=5$ の場合に相当する。

$${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5=2^5=32$$

問題6 (p.28, 系2.1)

赤いボール4個, 青いボール3個, 黄色いボール2個を9個の異なる箱にそれぞれ1個ずつ入れる方法は何通りあるか。

<解答例>

系2.1の条件と同じである。

$$n_1=4, n_2=3, n_3=2$$

$n=n_1+n_2+n_3=9$ に相当する。

$$\binom{9}{4,3,2}=\frac{9!}{4!3!2!}=1260$$

問題3 (p.25)

5個の異なる物から0個, 2個, 4個取り出す組合せの総和と1個, 3個, 5個取り出す組合せの総和を求め, それらが等しいことを示せ。

<解答例>

$$\text{前者}={}_5C_0+{}_5C_2+{}_5C_4=1+10+5=16$$

$$\text{後者}={}_5C_1+{}_5C_3+{}_5C_5=5+10+1=16$$

以上より, 前者=後者が成り立つ。

問題4 (p.26-定理2.15, p.27-例2.12)

赤いボール3個, 青いボール4個, 黄色いボール2個を全て並べる順列の数を求めよ。

<解答例>

定理2.15の条件と同じであるから,

$$\binom{9}{3,4,2}=\frac{9!}{3!4!2!}=1260$$

問題7 (pp.30-31, 例2.15)

$(1+x+x^3+x^5)^4$ を展開して出来る多項式において,  $x^8$ の係数を求めよ。

<解答例1>

$x^8$ の構成(方針: 低次の項を多く使用→高次の項を使用)

$$\text{①}x \times x \times x \times x^5 \rightarrow {}_4C_3 \times {}_1C_1 = 4$$

$$\text{②}x \times x \times x^3 \times x^3 \rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$$

$$\text{③}x^3 \times x^5 \times 1 \times 1 \rightarrow {}_4C_1 \times {}_3C_1 \times {}_2C_2 = 12$$

$$x^8\text{の係数}=4+6+12=22$$

<解答例2>

$$v=x, w=x^3, y=x^5, z=1\text{とおく。}$$

$$\text{①}v^3y^1\text{の係数}=\binom{4}{3,1}=\frac{4!}{3!1!}=4$$

$$\text{②}v^2w^2\text{の係数}=\binom{4}{2,2}=\frac{4!}{2!2!}=6$$

$$\text{③}w^1y^1z^2\text{の係数}=\binom{4}{1,1,2}=\frac{4!}{1!1!2!}=12$$

$$x^8\text{の係数}=4+6+12=22$$

## 問題8 (pp.10-11, 例2.9)

次の図は道路マップを表している。進む方向は右方向(→)と上方向(↑)のみである。以下の間に答えよ。

- (1) A点からB点に行く経路は何通りあるか。
- (2) X印の道路を通らない場合は何通りになるか。
- (3) O印の道路を必ず通る場合は何通りになるか。

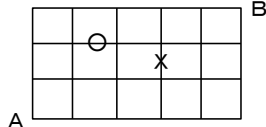
<解答例>

- (1) 右方向→が5個, 上方向↑が3個の合計8個ある。

(例) →↑→↑→↑

A点からB点に行く経路の総数は8個の位置(順番)から3(5)個を選んで↑(→)に割り当てる組合せの数に等しい。

$${}_8C_3 = {}_8C_5 = 56 \text{通り}$$



## 問題10 (pp.20-21)

3種類の菓子で合計8個入りの菓子折りを作る。

- (1) 何通りの作り方があるか。
- (2) 3種類から少なくとも1個は入れるとすると、何通りになるか。

<解答例>

- (1) 3種類の異なる物から重複を許して8個取って作る組合せの数に等しい。

$${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

- (2) 条件を満たすために、3種類の菓子から1個ずつ選んで菓子折に入れる。そうすると、問題は次のようになる「3種類の異なる物から重複を許して5個取って作る組合せの数」

$${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = \frac{7!}{2!5!} = 21$$

- (2) X印の道を必ず通る経路の数を求め、これを総数より差し引く。A点→X印の間には右向き→が3個, 上向き↑が1個入る。X印→B点の間には右向き→が2個, 上向き↑が1個入る。

- ① (A点→X印の道)の経路の数=4個の位置(順番)から1(3)個選んで↑(→)に割り当てる組合せの数 $= {}_4C_1 = {}_4C_3 = 4$
- ② (X印の道→B点)の経路の数=3個の位置(順番)から1(2)個を選んで↑(→)に割り当てる場合の数 $= {}_3C_1 = {}_3C_2 = 3$
- ③ X印の道を必ず通る経路の数=①×②=4×3=12

X印の道を通らない経路の数=総数-③=56-12=44通り

- (3) 上記の③を求める方法と同じである。

A点→O印の間には右向き→が1個, 上向き↑が2個入る。O印→B点の間には右向き→が3個, 上向き↑が1個入る。

- ① (A点→O印の道)の経路の数=3個の位置(順番)から2(1)個選んで↑(→)に割り当てる組合せの数 $= {}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$
- ② (O印の道→B点)の経路の数=4個の位置(順番)から1(3)個を選んで↑(→)に割り当てる場合の数 $= {}_4C_1 = {}_4C_3 = 4$
- ③ O印の道を必ず通る経路の数=①×②=3×4=12通り

## 問題11 (pp.20-21)

3つの変数からなる次の1次方程式を考える。

$$x + y + z = 6$$

- (1) 負でない整数解の組は何通りあるか。
- (解の例)  $x = 1, y = 3, z = 2, x = 0, y = 5, z = 1$
- (2) 正の整数解は何通りあるか。(解として0は含まない)

<解答例>

- (1)  $x = 1, y = 3, z = 2$ は $x$ を1個,  $y$ を3個,  $z$ を2個選んだと考える。 $x = 0, y = 5, z = 1$ も同様に $x$ を0個,  $y$ を5個,  $z$ を1個選んだと考える→負でない整数解の組の数=3種類の異なる物から重複を許して6個とる組合せの数

$${}_3H_6 = {}_{3+6-1}C_6 = {}_8C_6 = \frac{8!}{2!6!} = 28$$

- (2) 重複組合せは0個選ぶことも可能なので、まず、3種類 $x, y, z$ から1個ずつ選ぶ。そうすると、求めるべきものは「3種類の異なる物から重複を許して3個とる組合せの数」となる。

$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3 = {}_5C_3 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

## 問題9 (p.6)

男子4人と女子2人を1列に並べるとき、次の間に答えよ。

- (1) 全部の並べ方は何通りあるか。
- (2) 女子2人が隣り合う並べ方は何通りあるか。
- (3) 女子2人が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

<解答例>

- (1) 異なる6人から6人を選んで作る順列の数に等しい。  
 ${}_6P_6 = 6! = 720$ 通り

- (2) 女子2人をまとめて1組とする。

男子4人+女子1組みの順列=(異なる5人から5人を選んで作る順列の数)×(女子2人の順列の数)

$${}_5P_5 \times {}_2P_2 = 5! \times 2! = 240$$

- (3) (1)の結果-(2)の結果として求める。

$$720 - 240 = 480$$

## 問題12 (p.32)

異なる物を異なる箱に入れる問題において、各箱に入れる物を高々1個に制限する場合、以下の間に答えよ。

- (1) 3個の異なる物を5個の異なる箱に入れる場合、何通りの方法があるか。
- (2) 5個の異なる物を3個の異なる箱に入れる場合、何通りの方法があるか。

<解答例>

p.32の「1.の問題で各箱に入れる物をただか1個に制限する場合」に該当する。

- (1) 箱の数 $n = 5 >$  物の数 $r = 3$ であるから  
 ${}_n P_r = {}_5 P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 通り

- (2) 箱の数 $n = 3 <$  物の数 $r = 5$ であるから  
 ${}_r P_n = {}_5 P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 通り

