情報数学

中山クラス（木曜３限）

第１回小テスト
問題と解答例

（４０点満点）

2013.11.7

問題1（10点満点）

赤いボール4個，青いボール2個，黄色いボール1個から6個選んで作る順列の数を求めよ．

＜解答例＞
全てのボールを使用しない場合であり，6個の構成を分けて定理2.15を適用する．
＜6個の構成＞
①赤4個＋青2個
②赤4個＋青1個＋黄色1個
③赤3個＋青2個＋黄色1個

①＋②＋③$=\binom{6}{4,2}+\binom{6}{4,1,1}+\binom{6}{3,2,1}$

$$=\frac{6!}{4!\,2!}+\frac{6!}{4!\,1!\,1!}+\frac{6!}{3!\,2!\,1!}=15+30+60=105$$

問題2（10点満点）

$(1+x+x^3)^4$を展開して出来る多項式において，x^6の係数を求めよ．

＜解答例1＞
x^6の構成（方針：低次の項を多く使用→高次の項を使用）
①$x\times x\times x\times x^3\ \rightarrow\ \ {}_4C_3\times{}_1C_1=4$
②$x^3\times x^3\times 1\times 1\rightarrow\ \ {}_4C_2\times{}_2C_2=6$
x^6の係数$=4+6=10$

＜解答例2＞
$v=x, y=x^3, z=1$とおく．
①v^3y^1の係数＝$\binom{4}{3,1}=\frac{4!}{3!1!}=4$
②y^2z^2の係数＝$\binom{4}{2,2}=\frac{4!}{2!2!}=6$
x^6の係数$=4+6=10$

問題3（５×２＝１０点満点）
3つの変数からなる次の1次方程式を考える．

$$x+y+z=8$$

（1）負でない整数解の組は何通りあるか．
（解の例）$x=3, y=3, z=2,\qquad x=0, y=5, z=3$
（2）正の整数解は何通りあるか．（解として0は含まない）
＜解答例＞
（1）$x=3, y=3, z=2$はxを3個，yを3個，zを2個選んだと考える．$x=0, y=5, z=3$も同様にxを0個，yを5個，zを3個選んだと考える→負でない整数解の組の数＝3種類の異なる物から重複を許して8個とる組合せの数

$${}_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8=\frac{10!}{2!\,8!}=45$$

（2）重複組合せは0個選ぶことも可能なので，まず，3種類x, y, zから1個ずつ選ぶ．そうすると，求めるべきものは「3種類の異なる物から重複を許して5個とる組合せの数」となる．

$${}_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5=\frac{7!}{2!\,5!}=21$$

問題4（５×２＝１０点満点）

異なる5個の物を異なる3個の箱に入れる問題において，各箱に入れる物の数を制限しない場合，以下の問に答えよ．
（1）箱内の物の順序を考えない場合，何通りの方法があるか．
（2）箱内の物の順序を考える場合，何通りの方法があるか．

＜解答例＞
（1）p.33の「1．の問題で各箱に入れる物の数を制限せず，箱内での物の順番を考えない場合」に該当する．

$${}_n\Pi_r={}_3\Pi_5=3^5=243$$

（2）p.33の「1．の問題で各箱に入れる物の数を制限せず，箱内での物の順番を考える場合」に該当する．

$$\frac{(n+r-1)!}{(n-1)!}=\frac{(3+5-1)!}{(3-1)!}=\frac{7!}{2!}=2520$$