

情報数学

第2回 小テスト

2012.12.20

木曜3限クラス

解説と配点(55点満点)

問題1 <3点 × 3題 = 9点>

サイコロを投げたとき、偶数の目が出ることを事象A、
3の倍数の目が出ることを事象Bとする。

以下の確率を求めよ。

$$P(A), \quad P(B), \quad P(A \cap B)$$

<解答例>

全事象 = 全ての目 : 1 ~ 6 の 6通り

事象A = 偶数の目 : 2, 4, 6 の 3通り

事象B = 3の倍数の目 : 3, 6 の 2通り

事象AかつB = 偶数かつ3の倍数 : 6 の 1通り

$$P(A) = 3/6 = 0.5$$

$$P(B) = 2/6 = 1/3$$

$$P(A \cap B) = 1/6$$

問題2 < 5点 × 2題 = 10点 >

(1) サイコロを2回投げ、そのうち3の目が1回出る確率を求めよ.

< 解答例 >

$$\begin{aligned} p_1 &= {}_2C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{2-1} \\ &= 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

(2) コインを3回投げ、そのうち2回で表が出る確率を求めよ.

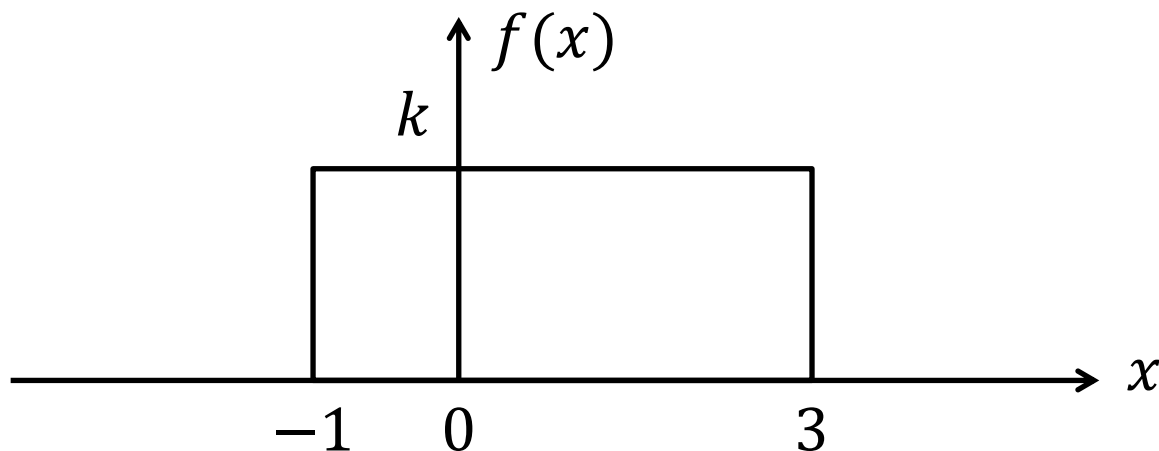
<解答例>

$$\begin{aligned} p_3 &= {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-2} \\ &= 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

問題3 < 4点 × 4題 = 16点 >

確率密度関数 $f(x)$ が下図で与えられる一様分布に関して以下の問に答えよ.

- (1) k を求めよ.
- (2) 平均値 μ を求めよ.
- (3) 分散 σ^2 を求めよ.
- (4) 確率変数 x が $0 \leq x \leq 2$ の値を取る確率を求めよ.



<解答例>

(1) 確率密度関数(四角形)の面積: $4k = 1$ より,
 $k = 1/4$

(2) 平均値(期待値)

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-1}^3 kxdx = \int_{-1}^3 \frac{1}{4}xdx = 1$$

(3) 分散

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx = \int_{-1}^3 (x - 1)^2 \frac{1}{4}dx = \frac{4}{3}$$

(4) 確率変数 x が $0 \leq x \leq 2$ の値を取る確率

$$P(0 \leq x \leq 2) = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 \frac{1}{4}dx = \frac{1}{2}$$

問題4<10点>

ある客船の乗客について以下のことが分かっている.

- 日本人男性が20%である.
- 男性のなかで日本人は40%である.

乗客から1人を選んだとき,それが男性である確率を求めよ. (条件付き確率の式より求めること)

<解答例>

事象 A :男性である. 事象 B :日本人である.

求めるもの: $P(A)$

条件より, 日本人男性: $P(A \cap B) = 0.2$

男性のなかの日本人の割合: $P(B|A) = 0.4$

条件付き確率の式を変形して $P(A)$ を求める.

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B|A)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$

問題5 <10点>

パン屋が3軒(A店, B店, C店)あります. 3軒のパン屋で買い物をした100人に聞いたところ, 以下のことが分かった.

- B店でパンを買った人は40人.
- メロンパンを買った人は15人.
- メロンパンを買った人のうち, B店で買った人は10人であった.

B店におけるメロンパンの割合(%)を求めよ.
(ベイズの定理より求めること)

<解答例>

事象 X :B店で買う

事象 Y :メロンパンを買う

求めるもの: $P(Y|X)$

条件より,

$$P(X) = 0.4$$

$$P(Y) = 0.15$$

$$P(X|Y) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

ベイズの定理を変形して, $P(Y|X)$ を求める.

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} = \frac{(2/3) \times 0.15}{0.4} = \frac{1}{4} = 0.25$$