情報数学

第2回　小テスト
2013.12.19
木曜3限クラス

＜問題と解答例（51点満点）＞

答えが数値の場合は分数または小数で表現すること．分数は約分し，簡単な数値にすること．少数は有効数字3桁以内で表現すること．4桁目は四捨五入すること．

問題1（3点×3＝9点）
サイコロを投げたとき，偶数の目が出ることを事象A，3以上の目が出ることを事象Bとする．
以下の確率を求めよ．

$$P(A),\qquad P(B),\qquad P(A\cap B)$$

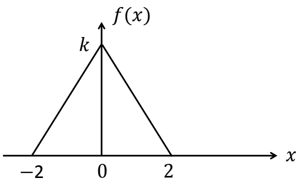
＜解答例＞
事象A： 2，4，6
事象B： 3，4，5，6
事象A＆B： 4，6
これより，

$$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0.5, P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0.667$$

$$P(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0.333$$

問題2（3点×4＝12点）

確率密度関数$f(x)$が下図で与えられる確率分布に関して以下の問に答えよ．
（1）kを求めよ．
（2）平均値μを求めよ．
（3）分散σ^2を求めよ．
（4）確率変数xが$0\le x\le 1$の値を取る確率を求めよ．



＜解答例＞
（1）面積(S)＝1より

$$S=\frac{1}{2}4k=1\rightarrow k=\frac{1}{2}$$

（2）平均値

$$\mu=\int_{-2}^{2}xf(x)dx=\int_{-2}^{0}x\left(\frac{k}{2}x+k\right)dx+\int_{0}^{2}x\left(-\frac{k}{2}x+k\right)dx$$

$$=\int_{-2}^{0}\frac{x}{2}\left(\frac{x}{2}+1\right)dx+\int_{0}^{2}\frac{x}{2}\left(-\frac{x}{2}+1\right)dx=0$$

（3）分散

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2f(x)dx$$

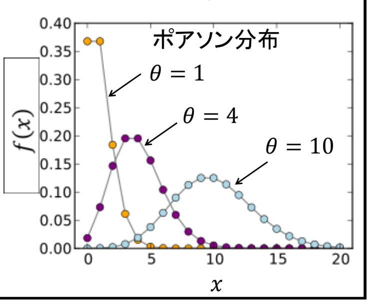
$$=\int_{-2}^{0}x^2\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)dx+\int_{0}^{2}x^2\left(-\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)dx=\frac{2}{3}$$

（4）xが$0\le x\le 1$の値を取る確率

$$P(0\le x\le 1)=\int_{0}^{1}f(x)dx$$

$$=\int_{0}^{1}\left(-\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)dx=\frac{3}{8}$$

問題3（5点×2＝10点）
ある都市の1日の交通事故死亡者数が3日間で1，2，3人だとする．
（1）このような事象が起こる確率を求めよ．
（2）死亡者数1人のほうが3人よりも確率が高い理由を説明せよ．
但し，死亡者数x人に対する確率$f(x)$はポアソン分布に従うものとする．また，1日の平均死亡者数（期待値＝θ）は1人とする．確率$f(x)$の値は右のポアソン分布のグラフより求めること．



＜解答例＞
（1）ポアソン分布で$\theta = 1$のグラフを利用して，$x = 1, 2, 3$に対する確率$f(x)$を求める.

$$f(1) = 0.37, \quad f(2) = 0.18, \quad f(3) = 0.06$$

これより，
1日の交通事故死亡者数が1人である確率＝0.37
同様に，2人である確率＝0.18，3人である確率＝0.06

（2）死亡者数が1人のほうが3人よりも確率高い理由：
問題の条件として，「1日の平均死亡者数（期待値＝θ）は1人である」がある. これは，1日の死亡者数として1人が最も起こりやすいことを意味している. 死亡者数が増えれば，その確率は減少する.

＜解答例＞
事象A： A店で買う
事象B： B店で買う
事象C： C店で買う
事象S： あんパンを買う
求めるもの

$$P(B|S) = \frac{P(S|B)P(B)}{P(S)}$$
$$= \frac{P(S|B)P(B)}{P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + P(S|C)P(C)}$$

上式に次の条件を代入する.

$$P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$$
$$P(S|A) = 1/2, P(S|B) = 1/4, P(S|C) = 1/3$$

これらより，

$$P(B|S) = 3/13$$

問題4（10点）
ある客船の乗客について以下のことが分かっている.
- 日本人が60%である.
- 日本人男性は30%である.

日本人の中で男性の割合（%）を求めよ.
（条件付き確率の式より求めること）

＜解答例＞
事象A： 日本人である
事象B：男性である
与えられている条件：$P(A) = 0.6$，$P(A \cap B) = 0.3$
求めるもの：

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

問題5（10点）

パン屋が3軒あり，売っている種類は以下の通りである.
A店 あんパン，メロンパン
B店 クロワッサン，フランスパン，あんパン，ジャムパン
C店 メロンパン，あんパン，クリームパン

ある人があんパンを買ったとき，それをB店で買った確率を求めよ. ベイズの定理を用いて計算すること.

但し，3軒のパン屋が選ばれる確率は同じ（1/3）である. また，1軒のパン屋の中である種類のパンが買われる確率は同じである（例：3種類のパンを売っているパン屋では，1種類のパンが買われる確率は1/3）.