離散フーリエ変換における周期性とフィルタリングを解析するプログラム（kit_dsp_DFT-IDFT.xlsx）

離散フーリエ変換（DFT）について

- DFTのサンプル数をNとすると，時間波形x（n）と周波数特性X（k）はNを周期とする周期関数となる．
- インパルス応答h（n）がmサンプル，入力信号x（n）がnサンプルであるとき，線形畳み込み和による出力信号y（n）は（m＋n－1）サンプルとなる．
- 上記の線形畳み込み和の計算をDFT－IDFTで行う場合は，DFTのサンプル数をN≧m＋n－1とする．
  もし，N＜m＋n－1の場合は折り返し歪みが生じる．

1

◆Sheet［xX］　離散フーリエ変換

$x(0) \sim x(11)$を与えて次のDFTを計算する．

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}}, k = 0 \sim N-1$$

＊実際には，$k = 0 \sim N$について計算している．
＊$x(0) \sim x(11)$はユーザが与えるが，$x(12) \sim x(19)$は自動的に0となる．

実部1／虚部1：式（1）の$x(0) \sim x(5)$を用いた部分
実部2／虚部2：式（1）の$x(6) \sim x(11)$を用いた部分

周波数は$f = 0 \sim 8Hz$の範囲で計算しているが，
$k = 0 \sim 19$に対応する$f = 0 \sim 7.6Hz$が1周期である．

2

◆Sheet［hH］　離散フーリエ変換

$h(0) \sim h(11)$を与えて次のDFTを計算する．

$$H(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}}, k = 0 \sim N-1$$

＊実際には，$k = 0 \sim N$について計算している．
＊$h(0) \sim h(11)$はユーザが与えるが，$h(12) \sim h(19)$は自動的に0となる．

実部1／虚部1：式（1）の$h(0) \sim h(5)$を用いた部分
実部2／虚部2：式（1）の$h(6) \sim h(11)$を用いた部分

周波数は$f = 0 \sim 8Hz$の範囲で計算しているが，
$k = 0 \sim 19$に対応する$f = 0 \sim 7.6Hz$が1周期である．

3

◆Sheet［YHX］　DFTの積

Sheet［xX］の結果X（k）とSheet［hH］の結果H（k）を用いて，次式よりY（k）を計算する．

$$Y(k) = H(k)X(k), \qquad k = 0 \sim N-1$$

＊実際には$k = 0 \sim N$について計算している．

4

◆Sheet［Yy］　逆離散フーリエ変換（IDFT）

Sheet［YHX］の結果であるY（k）を用いて次式によりy（n）を計算する．

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}}, n = 0 \sim N-1$$

＊実際には，$n = 0 \sim N$について計算している．

5

◆Sheet［Yy2］　逆離散フーリエ変換（IDFT）

Sheet［yY］と同じであるが，$y(n)$の周期性を調べるために，2周期分$(0 \sim 2N-1)$について計算している．
すなわち，$y(0) \sim y(2N-1)$を計算している．

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}}, n = 0 \sim 2N-1$$

＊実際には$n = 0 \sim 2N$について計算している．

6

◆Sheet[Yyc]

Sheet[yY], Sheet[yY2]で用いる$y(n)$の計算を行っている. $y(n)$を$Y(k)$をIDFTすることにより計算する途中結果が記載されている.
このSheetは$y(n)$の計算用なので, 問題を解く際には参照する必要はない.

$$y(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} Y(k)e^{\frac{j2\pi nk}{N}}, n = 0 \sim 2N$$

7

◆Sheet[xX2] 離散フーリエ変換

Sheet[xX]と同じであるが$X(k)$の周期性を調べるために, $X(k)$を2周期分（$k = 0 \sim 2N-1$）に亘って計算している.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{\frac{-j2\pi nk}{N}}, \qquad k = 0 \sim 2N-1$$

＊実際には$k = 0 \sim 2N$について計算している.

8