

デジタル通信と信号処理

平成26年5月13日(火)の課題

◆レポート締め切り:5月16(金)17:00

◆レポート提出場所:

1号館2階 庶務課前のレポートBOX

*「火曜1限クラス」と「火曜2限クラス」は別のBOXにしました。注意してください。

(7) $x(n)$ と $y(n)$ の波形を比較し、振幅と位相の変化がフーリエ変換で計算した振幅と位相に対応することを確認せよ。

◆ 振幅は入力信号 $x(n)$ と出力信号 $y(n)$ の大きさを比較する。波形(サンプル値)を内挿して最大値を推定する。

◆ $x(n)$ と $y(n)$ における位相差の計算方法
信号の周波数を f とする。

1周期当たりのサンプル数 = f_s/f サンプル

1サンプル当たりの角度(位相) = $2\pi/(f_s/f)$

遅れサンプル数 = k サンプル(波形から読む)

$x(n)$ と $y(n)$ の位相差 = $k[2\pi/(f_s/f)]$ [radian]

(例) $f = 1.4\text{Hz}$, $k = 2.5$ サンプル

位相差 = $2.5[2\pi/(8/1.4)] = 2.74$ [radian]

課題

(1) システムのインパルス応答 $h(0) \sim h(5)$ を自分で任意に決定せよ。

(2) インパルス応答 $h(0) \sim h(5)$ のフーリエ変換をExcelのプログラム(kit_dsp_Fourier.xlsx)を用いて計算し、振幅と位相のグラフを示せ。

(3) システムの入力信号は次式で与えられる。

$$x(n) = \cos(2\pi f n T), T = 1/f_s$$

入力信号の周波数 f を自分で任意に決定せよ。

但し、フーリエ変換の計算プログラムで用いられる周波数(0 ~ 4Hz, 0.2Hz刻み)から選ぶこと(0 ~ 3Hz)。

例題の説明($h(0)=0$, $h(1)=0.5$, $h(2)=1$, $h(3)=0.5$, $h(4)=0$, $h(5)=-0.5$, $f=1\text{Hz}$)

➤ 定常応答における比較: $y(n) < \text{畳み込み和} >$ と $y(n) < \text{周波数特性} >$ は $n=5$ 以降においてほぼ一致している。

➤ 振幅の比較: 出力信号 $y(n)$ の振幅は入力信号 $x(n)$ に比べて、ほぼ2.1倍されている。

➤ 位相の比較

• 出力信号 $y(n)$ のピークは入力信号に比べて約1.8サンプル遅れている。

• 信号の周波数は1Hzであるから、1周期のサンプル数は8サンプル。

• 1周期の角度は 2π であるから、1サンプルの角度は $2\pi/8 = 0.785$ [radian]

• 1.8サンプルの角度(位相)は $0.785 \times 1.8 = 1.41$ [radian]であり、フーリエ変換で計算した位相とほぼ一致する。

(4) 出力信号 $y(n)$ を $h(n)$ と $x(n)$ の畳み込み和より計算し、グラフに示せ。

Excelのプログラム(kit_dsp_conv-3.xlsx)を用いる。

(5) (2)において、フーリエ変換 $H(e^{j\omega})$ により得られた周波数特性(振幅 $|H(e^{j\omega})|$, 位相 $\theta(\omega)$)を用いて出力信号 $y(n)$ を次式より計算し、グラフに示せ。

$$y(n) = |H(e^{j\omega})| \cos(2\pi f n T + \theta(\omega))$$

Excelのプログラム(kit_dsp_conv-3.xlsx)を用いる。

(6) (4)と(5)における出力信号 $y(n)$ が定常応答において、一致することを確認せよ。

また、(4)の $y(n)$ において、何サンプル目から(ほぼ)定常応答になっているかを示せ。

(8) フーリエ変換の実部を式で表せ。

$$\begin{aligned} \text{Re}[H(e^{j\omega})] &= h(0)\cos\left(2\pi f \frac{0}{f_s}\right) + h(1)\cos\left(2\pi f \frac{1}{f_s}\right) \\ &\quad + h(2)\cos\left(2\pi f \frac{2}{f_s}\right) + h(3)\cos\left(2\pi f \frac{3}{f_s}\right) \\ &\quad + h(4)\cos\left(2\pi f \frac{4}{f_s}\right) + h(5)\cos\left(2\pi f \frac{5}{f_s}\right) \end{aligned}$$

(9) フーリエ変換の虚部を式で表せ.

$$\begin{aligned} \text{Im}[H(e^{j\omega})] &= -h(0)\sin\left(2\pi f \frac{0}{f_s}\right) - h(1)\sin\left(2\pi f \frac{1}{f_s}\right) \\ &\quad - h(2)\sin\left(2\pi f \frac{2}{f_s}\right) - h(3)\sin\left(2\pi f \frac{3}{f_s}\right) \\ &\quad - h(4)\sin\left(2\pi f \frac{4}{f_s}\right) - h(5)\sin\left(2\pi f \frac{5}{f_s}\right) \end{aligned}$$

◆出力信号 $y(n)$ の計算(kit_dsp_conv-3.xlsx)

➤ 入力信号 $x(n)$

次式で表される正弦波とする.

$$x(n) = \cos(2\pi f n T), T = 1/f_s$$

標本化周波数($f_s = 8\text{Hz}$ 固定)と $x(n)$ の周波数 f を数値入力して, $n = 0 \sim 14$ において $x(n)$ を計算する.

➤ 畳み込み和による出力信号 $y(n)$ の計算

インパルス応答 $h(0) \sim h(5)$ を数値入力して, 次式により $y(n)$ を $n = 0 \sim 14$ において計算する.

$$y(n) = \sum_{k=0}^5 h(k)x(n-k)$$

(10) フーリエ変換の位相 $\theta(\omega)$ を求めよ.

$$\theta_t(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}[H(e^{j\omega})]}{\text{Re}[H(e^{j\omega})]} \right)$$

$$\text{If } \text{Re}[H(e^{j\omega})] > 0, \quad \theta(\omega) = \theta_t(\omega)$$

$$\begin{aligned} \text{If } \text{Re}[H(e^{j\omega})] < 0, \text{Im}[H(e^{j\omega})] > 0, \theta(\omega) &= \theta_t(\omega) + \pi \\ \text{If } \text{Re}[H(e^{j\omega})] < 0, \text{Im}[H(e^{j\omega})] < 0, \theta(\omega) &= \theta_t(\omega) - \pi \end{aligned}$$

➤周波数特性を用いた出力信号 $y(n)$ の計算

入力信号 $x(n)$ の周波数 f (数値入力)におけるシステムの振幅($|H(e^{j\omega})|$)と位相($\theta(\omega)$)を数値入力して, 次式より $y(n)$ を $n = 0 \sim 14$ において計算する.

$$y(n) = |H(e^{j\omega})| \cos(2\pi f n T + \theta(\omega)), T = 1/f_s$$

Excelのプログラムの説明

◆フーリエ変換の計算(kit_dsp_Fourier.xlsx)

$h(0) \sim h(5)$ を数値入力して, 次式で表されるフーリエ変換を計算する.

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^5 h(n)e^{-j\omega n T}$$

$$H(e^{j\omega}) = \text{Re}[H(e^{j\omega})] + j\text{Im}[H(e^{j\omega})] = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}$$

$H(e^{j\omega})$ の実部($\text{Re}[H(e^{j\omega})]$), 虚部($\text{Im}[H(e^{j\omega})]$), 振幅($|H(e^{j\omega})|$), 位相($\theta(\omega)$)を計算する.

標本化周波数は $f_s = 8\text{Hz}$ に固定
計算する周波数: $0 \sim 4\text{Hz}$, 0.2Hz 刻み

レポートの評価

A+ 全てできている。(振幅, 位相の比較は大目に見る)

A $y(n)$ <畳み込み和>と $y(n)$ <周波数特性>の双方が正しい(一致している). 他の部分が不十分

A- $y(n)$ <畳み込み和>または $y(n)$ <周波数特性>のいずれかが違っている.

B $y(n)$ <畳み込み和>と $y(n)$ <周波数特性>の双方が間違っている.

(参考)

$y(n)$ <畳み込み和>のミス→[インパルス応答 $h(n)$ が正しくない].
 $y(n)$ <周波数特性>のミス→[振幅, 位相が正しくない]

ミスのパターン(多いもの)

出力 $y(n)$ の計算プログラム(kit_dsp_conv-3.xlsx)において

- 振幅と位相の変更を忘れている.
 $y(n)$ ＜周波数特性＞が正しくない
- インパルス応答 $h(n)$ の変更を忘れている.
 $y(n)$ ＜畳み込み和＞が正しくない
- 信号の周波数(f)の変更を忘れる.
 $y(n)$ ＜畳み込み和＞と $y(n)$ ＜周波数特性＞が正しくない.