平成27年度前期

ディジタル通信と信号処理

期末試験
問題と解答例（90点満点）
（火曜１限クラス）

2015.7.28

- 持ち込み自由
- コンピュータ使用可（ネットワーク接続不可）
- 解答の数値は有効数字3桁（小数点以下は3桁以内）

1

問題１（５点×１０＝５０点）

次の条件を満たすIIRフィルタを①～③の手順に従って設計し，周波数特性④と時間応答⑤～⑨を解析せよ．

＜条件＞
- 周波数$f_1 = 1.8Hz$の成分を3倍する．
- 周波数$f_2 = 2.8Hz$の成分を阻止する．
- 標本化周波数 $f_s = 8Hz$

2

---

① 零点を求め，極形式で表せ．
極（大きさ$= 0.6$，周波数$= 1.4Hz$）を極形式で表せ．

零点の大きさ$= 1$（f_2の成分を阻止するため）
周波数$= f_2 = 2.8Hz$

零点の極形式表示 $1 \cdot e^{\pm j2\pi\times\frac{2.8}{8}} = e^{\pm j0.7\pi}$

極の極形式表示 $0.6e^{\pm j2\pi\times\frac{1.4}{8}} = 0.6e^{\pm j0.35\pi}$

② 次頁に示す伝達関数$H(z)$を求めよ（a_0, a_1, a_2, b_1, b_2を求める）．但し，スケーリング係数を$h_0 = 1$とする．

$a_0 = 1, \quad a_1 = 1.17, \quad a_2 = 1$
$b_1 = -0.55, \quad b_2 = 0.36$

3

$$H(z) = h_0 \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

③ f_1における振幅特性が3となるようにh_0を決めよ．

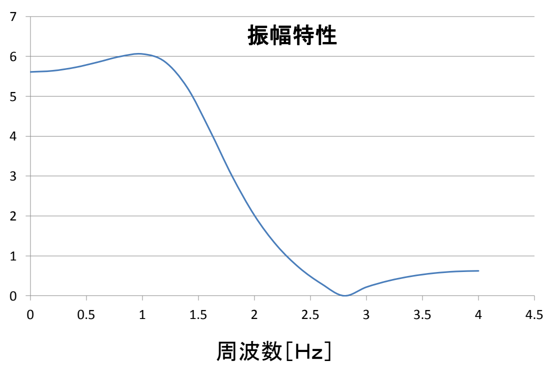
$f_1 = 1.8Hz$における振幅が2.085であるから

$$h_0 = \frac{3}{2.085} = 1.44$$

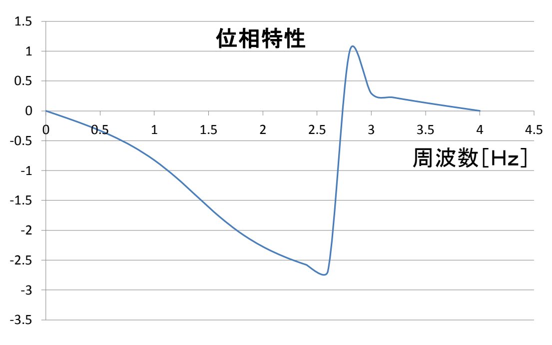
④ IIRフィルタの（a）振幅特性と（b）位相特性の概略図を図示せよ．但し，③で求めたh_0を用いること．

次頁に示す．

4

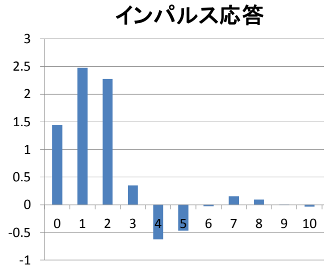


5



6

⑤ IIRフィルタのインパルス応答$h(n)$を求めて，
$n = 0 \sim 10$について概略図を示せ．



⑥ IIRフィルタに次の信号$x(n)$を入力したときの出力信号$y(n)$を$n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$について求めよ（数値で示す）．

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT)$$

n	$y(n)$	n	$y(n)$
0	1.44	16	-0.4
1	2.70	17	-3
2	1.29	18	-0.54
3	-2.31	19	2.83
4	-2.7	20	1.43

⑦ IIRフィルタのf_1における振幅特性H_1と位相特性θ_1を用いて，次式により出力信号を$n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$について求めよ（数値で示す）．

$$y(n) = H_1 \cos(2\pi f_1 nT + \theta_1)$$

$H_1 = 3, \quad \theta_1 = -2.05\ [rad]$

n	$y(n)$	n	$y(n)$
0	-1.38	16	-0.41
1	2.41	17	-3.0
2	2.14	18	-0.53
3	-1.74	19	2.83
4	-2.69	20	1.42

⑧ ⑥と⑦の$y(n)$を比較し，その違いについて述べよ．

⑥はIIRフィルタの回路を用いて$y(n)$を計算しており，過渡応答$(n = 0 \sim 4)$＋定常応答$(n = 16 \sim 20)$からなる．⑦はIIRフィルタの振幅特性と位相特性を用いて$y(n)$を計算しているので，定常応答$(n = 0 \sim 4, 16 \sim 20)$のみである．従って，以下のようになる

⑥$y(0) \sim y(4)$[過渡応答] ≠ ⑦$y(0) \sim y(4)$[定常応答]
⑥$y(16) \sim y(20)$[定常応答] = ⑦$y(16) \sim y(20)$[定常応答]

⑨ IIRフィルタに次の信号$x(n)$を入力したときの出力信号$y(n)$を$n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$について求めよ（数値で示す）．

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT) + \cos(2\pi f_2 nT)$$

n	$y(n)$	n	$y(n)$
0	2.88	16	-0.4
1	4.33	17	-3
2	1.66	18	-0.54
3	-2.69	19	2.83
4	-3.04	20	1.43

⑩ ⑥と⑨の$y(n)$を比較し，その違いについて述べよ．

⑥と⑨は両方ともIIRフィルタの回路を用いて$y(n)$を計算しているので，過渡応答$(n = 0 \sim 4)$＋定常応答$(n = 16 \sim 20)$である．
⑥の入力信号$x(n)$はf_1成分のみ含み，⑨の$x(n)$はf_1成分とf_2成分を含む．f_2成分は過渡応答では残っており，定常応答では阻止されてなくなっている．

過渡応答では，⑥の$y(n)[f_1$成分$]$ ≠ ⑨の$y(n)[f_1, f_2$成分$]$
定常応答では，⑥の$y(n)[f_1$成分$]$ = ⑨の$y(n)[f_1$成分$]$

問題2（5点×4＝20点）

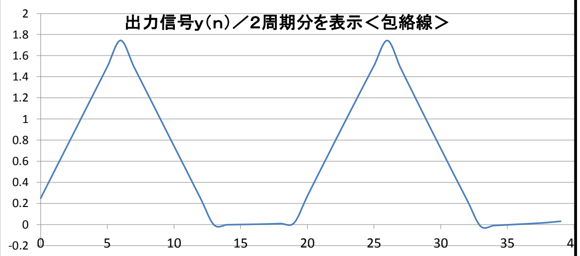
① インパルス応答が10サンプル，入力信号が16サンプルであり，DFT／IDFTのサンプル数がN＝20であるとき，何サンプルの折り返し歪みが発生するか．

線形畳み込み和のサンプル数$= 10 + 16 - 1 = 25$であるから，$n = 0 \sim 24$に分布する．DFT／IDFTの周期は20サンプルであるから，$n = 0 \sim 19$が最初の周期，$n = 20 \sim 39$が次の周期である．従って，$n = 20 \sim 24$に重なり生じる事になる．

折り返し歪みのサンプル数＝5サンプル

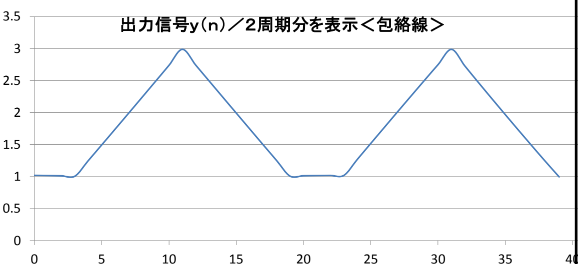
13

② $x(n) = 0.5, n = 0 \sim 6$，$h(n) = 0.5, n = 0 \sim 6$に対する$y(n)$を求め，その概略図（包絡線）を$n = 0 \sim 39$の範囲で図示せよ．但し，DFTのサンプル数はN＝20．



14

③ $x(n) = 0.5, n = 0 \sim 11$，$h(n) = 0.5, n = 0 \sim 11$に対する$y(n)$を求めてその概略図（包絡線）を$n = 0 \sim 39$の範囲で図示せよ．但し，DFTのサンプル数はN＝20．



15

④ ②と③における$y(n)$の違いについて述べよ．

線形畳み込み和のサンプル数とDFTのサンプル数の関係に基づいて解析する．

② $7 + 7 - 1 = 13 < 20$
折り返し歪みが発生しないので，1周期内の$y(n)$は線形畳み込み和（三角波形）と同じである．
（最大値$= 0.5 \times 0.5 \times 7$サンプル$= 1.75$）
③ $12 + 12 - 1 = 23 > 20$
3サンプルの折り返し歪み$(n = 20 \sim 22)$が発生しているので，1周期内の$y(n)$は線形畳み込み和（三角波形）とは同じではない．
（最大値$= 0.5 \times 0.5 \times 12$サンプル$= 3$）

16

問題3（10点×2＝20点）

次の行列計算について以下の問に答えよ．

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} \cdots (1)$$

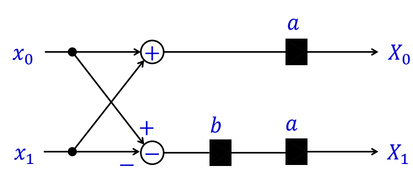
① 式（1）の行列を次のように展開したときの行列$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$を求めよ．但し，$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$は対角行列であり，$\boldsymbol{A}$は$a$を含み，$\boldsymbol{B}$は$b$を含むものとする．

$$\begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} = \boldsymbol{AB} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdots (2)$$

$$\begin{bmatrix} a & a \\ ba & -ba \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

17

② 式（2）を構成するブロック図を求めよ．但し，加算器（減算器）を2個，aを乗数とする乗算器を2個，bを乗数とする乗算器を1個用いること．



＋，－のいずれかでもOK

18

＜採点方針＞

- h_0を間違っても，その後あっていればOKとする．④以降においてh_0が反映されていない場合は減点．
- $a_0 \sim a_2, b_1, b_2$を違っていても，その後，あっていればOKとする．
- f_1を間違っている場合：⑥は－5点→⑥と⑦，⑨が$y(n), n = 16 \sim 20$であっていれば⑦，⑨はOKとする．
- ⑧，⑩は$y(n)$が正しく求まっていない場合は―2点．理由がない場合は―5点．
- 問題3のブロック図で，下の減算器で―（または＋）がない場合は―2点

19

成績集計

レポート素点		レポート30	小テスト80	小テスト30	期末90	期末40	総合調整	合否
A	4.5	27	60	23	70	31	83	○
		＊		＊		＊	＊	再試 ×

A＋	5	B	3.75
A	4.5	B－	3.5
A－	4.25	C	3
B＋	4		