

平成28年度前期

デジタル通信と信号処理

期末試験(予想問題／解答例) (火曜〇限クラス)

2016. 7. 26

- 持ち込み自由
- コンピュータ使用可
- * 問題用紙は持ち帰ってください。

1

問題1

次の条件を満たすIIRフィルタを①～③の手順に従って設計し、周波数特性④と時間応答⑤～⑨を解析せよ。

<条件>

- 周波数 $f_1 = 2\text{Hz}$ の成分を2倍する。
- $f_2 = 3\text{Hz}$ の成分を阻止する。
- 標準化周波数 $f_s = 8\text{Hz}$

① 零点を求め、極形式で表せ。

(大きさ=1, 周波数=阻止する周波数)

極(大きさ=0.5, 周波数=1.5Hz)を極形式で表せ。

$$\text{零点: } 1 \times e^{\pm j2\pi \times 3/8} = e^{\pm j3\pi/4}$$

$$\text{極: } 0.5e^{\pm j2\pi \times 1.5/8} = 0.5e^{\pm j3\pi/8}$$

2

② 次頁に示す伝達関数 $H(z)$ を求めよ(a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 を求める)。但し、スケール係数を $h_0 = 1$ とする。

kit_dsp_2nd-iir.xlsxで計算する。

零点の大きさ=Zero-r 零点の周波数=Zero-f

極の大きさ=Pole-r 極の周波数=Pole-f

「伝達関数の係数(上:分子/下:分母)」より

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1.413, \quad a_2 = 1$$

$$b_1 = -0.38, \quad b_2 = 0.25$$

伝達関数は次のようになる。

$$H(z) = \frac{1 + 1.413z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.38z^{-1} + 0.25z^{-2}}$$

3

(参考)

◇伝達関数の表現

$$H(z) = h_0 \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

◇零点(極)の大きさ= r , 周波数= f の極形式表現

$$re^{\pm j2\pi fT}, T = 1/f_s \text{ (複素共役)}$$

◇零点(極)が上式で与えられるときの伝達関数の係数

$$(1 - re^{j\omega T} z^{-1})(1 - re^{-j\omega T} z^{-1})$$

$$= 1 - 2r\cos(\omega T)z^{-1} + r^2 z^{-2}$$

$$= a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$$

$$= (1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$$

4

③ f_1 における振幅特性が2となるように h_0 を決めよ。

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて
2次IIRフィルタの周波数特性

f[Hz]	振幅
2	1.68

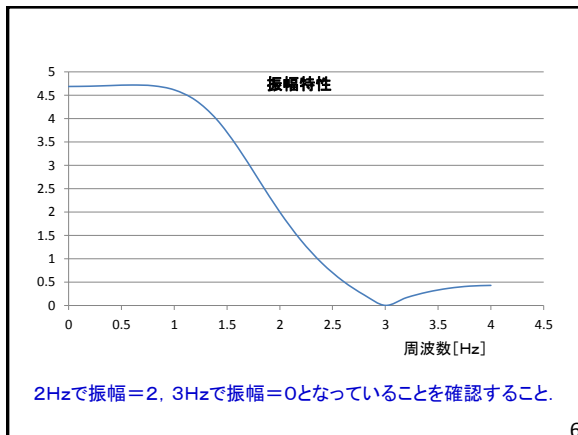
であるから、

$$h_0 = \frac{2}{1.68} = 1.19$$

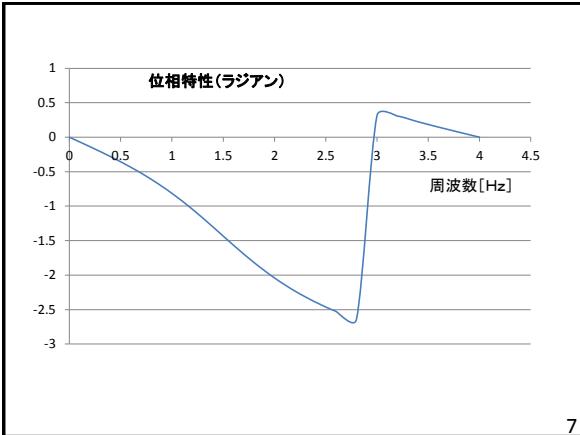
④ IIRフィルタの(a)振幅特性と(b)位相特性の概略図を図示せよ。但し、③で求めた h_0 を用いること。

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて、「 h_0 」を1.19とする。
振幅特性、位相特性のグラフを次頁に示す。

5



6



7

⑤ IIRフィルタのインパルス応答 $h(n)$ を求めて、 $n = 0 \sim 10$ について概略図を示せ。

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて、[Impulse]の欄に1を代入してインパルス応答を求めろ。

8

⑥ IIRフィルタに次の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号 $y(n)$ を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求めよ(数値で示す)。

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT)$$

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて、[Impulse]の1を空欄に戻す。「入力信号」において $c1 = 1, f1 = 2, c2 = 0, f2 = 0$ (0の代わりに空欄でも良い)として、 $y(n)$ を求めろ。「2次IIRフィルタの時間応答」における n と $y(n)$ を読む。

n	$y(n)$	n	$y(n)$
0	1.19	16	-0.93
1	2.14	17	1.77
2	0.523	18	0.933
3	-2.02	19	-1.77
4	-0.91	20	-0.94

9

⑦ IIRフィルタの f_1 における振幅特性 H_1 と位相特性 θ_1 を用いて、次式により出力信号を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求めよ(数値で示す)。

$$y(n) = H_1 \cos(2\pi f_1 nT + \theta_1)$$

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて「2次IIRフィルタの周波数特性」

f [Hz]	振幅	位相
2	2.0	-2.04

より、 $H_1 = 2.0, \theta_1 = -2.04$

kit_dsp_y-Hx.xlsxにおいて

n	$y(n)$
0	-0.904
1	1.78
2	0.907
3	-1.783
4	-0.91
...	...
16	-0.927
17	1.77
18	0.930
19	-1.77
20	-0.933

10

⑧ ⑥と⑦の $y(n)$ を比較し、その違いについて述べよ。

⑥の $y(n)$ は回路を用いて計算したものであり、過渡応答($n = 0 \sim 4$) + 定常応答($n = 16 \sim 20$)となる。

⑦の $y(n)$ は回路の周波数特性を用いて計算したものであり、定常応答のみである。

$n = 0 \sim 4$ ⑥: 過渡応答, ⑦: 定常応答
 $n = 16 \sim 20$ ⑥: 定常応答, ⑦: 定常応答

従って、 $n = 0 \sim 4$ では異なるが、 $n = 16 \sim 20$ ではほぼ同じになる。

11

⑨ IIRフィルタに次の信号 $x(n)$ を入力したときの出力信号 $y(n)$ を $n = 0 \sim 4, 16 \sim 20$ について求め(数値で示す)、⑥の結果と比較せよ。

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 nT) + \cos(2\pi f_2 nT)$$

kit_dsp_2nd-iir.xlsxにおいて「入力信号」を

$c1$	$f1$	$c2$	$f2$
1	2	1	3

として $y(n)$ を求めろ。

n	$y(n)$	n	$y(n)$
0	2.38	16	-0.93
1	3.43	17	1.77
2	0.723	18	0.933
3	-2.26	19	-1.77
4	-1.05	20	-0.94

12

(比較)

⑥, ⑨とも回路を用いて出力信号 $y(n)$ を計算しているので, 過渡応答($n = 0 \sim 4$) + 定常応答($n = 16 \sim 20$)となる. ⑥の入力信号 $x(n)$ は f_1 成分のみを含み, $y(n)$ も f_1 成分のみを含む. 一方, ⑨では $x(n)$ が f_1, f_2 の成分を含む. 過渡応答では f_2 成分が十分に低減(阻止)されていないが, 定常応答では f_2 の成分が阻止され, f_1 成分のみになっている. まとめて $y(n)$ の成分は次のようになる.

- ⑥ 過渡応答(f_1 成分) + 定常応答(f_1 成分)
- ⑨ 過渡応答(f_1 成分 + f_2 成分) + 定常応答(f_1 成分)

従って, 過渡応答($n = 0 \sim 4$)では⑥と⑨は異なるが, 定常応答($n = 16 \sim 20$)ではほぼ同じになる.