（期末試験の予想問題／解答例ーその2ー）

問題2

離散フーリエ変換に関して以下の問に答えよ．

① 線形畳み込み和において，インパルス応答$h(n)$がlサンプル，入力信号$x(n)$がmサンプルであるとき，出力信号$y(n)$のサンプル数を求めよ．

$y(n)$のサンプル数＝$l+m-1$

② インパルス応答が8サンプル，入力信号が10サンプルであるとき，出力信号のサンプル数を求めよ．

$8+10-1=17$ サンプル

1

③ インパルス応答が8サンプル，入力信号が16サンプルである線形畳み込み和をDFT／IDFTを用いて計算するとき，DFTのサンプル数がNの満たす条件を求めよ．

線形畳み込み和による出力信号のサンプル数

$8+16-1=23$

DFT／IDFTではサンプル数Nが周期となるから

$23<N$　または　$24 \le N$

2

④ インパルス応答が8サンプル，入力信号が16サンプルであり，DFT／IDFTのサンプル数がN＝20であるとき，何サンプルの折り返し歪みが発生するか．

線形畳み込み和による出力信号のサンプル数

$8+16-1=23(n=0\sim22$に分布$)$

DFT／IDFTによる出力信号は$n=0\sim19$が1周期で$n=20\sim39$が次の周期となる.従って，$n=20,21,22$に折り返し歪みが発生する．

従って，3サンプルの折り返し歪みが発生する．

3

（参考）

インパルス応答$h(n)$がlサンプル，入力信号$x(n)$がmサンプルの線形畳み込み和を$y(n)$とする．

$$y(n)=\sum_{i=0}^{l-1}h(i)x(n-i),n=0\sim l+m-1$$

DFT／IDFTによる出力信号＝$y_D(n)$とする．

$h(n)\rightarrow DFT\rightarrow H(k),x(n)\rightarrow DFT\rightarrow X(k)$

$Y(k)=H(k)X(k)\rightarrow IDFT\rightarrow y_D(n)$

DFTのサンプル数をNとすると，$y_D(n)$はNを周期とする周期関数となる．$y_D(n)$と$y(n)$の関係は次のようになる．

$$y_D(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}y(n+kN)$$

4

④では，$l=8,m=16$であるから，$y(n)$は$n=0\sim22$に分布する．一方，DFTのサンプル数は$N=20$であるから，$y_D(n)$は次のようになる．

（第1周期:$n=0\sim19$）

$y_D(0)=y(0)+y(20),y_D(1)=y(1)+y(21)$

$y_D(2)=y(2)+y(22)\cdots$ 以上，折り返し歪みあり

$y_D(n)=y(n),n=3\sim19\cdots$ 折り返し歪みなし

（第2周期:$n=20\sim39$）

$y_D(20)=y(0)+y(20),y_D(21)=y(1)+y(21)$

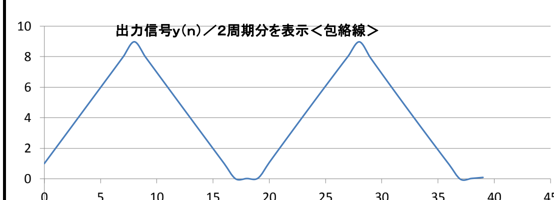
$y_D(22)=y(2)+y(22)\cdots$ 以上，折り返し歪みあり

$y_D(n)=y(n),n=23\sim39\cdots$ 折り返し歪みなし

5

⑤ $x(n)=1,n=0\sim8$，$h(n)=1,n=0\sim8$に対する$y(n)$を求め，その概略図(包絡線)を$n=0\sim39$の範囲で図示せよ．但し，DFTのサンプル数はN＝20．

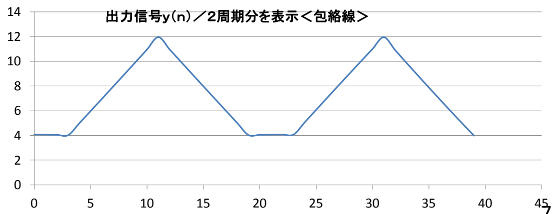
kit_dsp_DFT-IDFT.xlsxにおいて，sheet[xX]で$x(n)$をsheet[hH]で$h(n)$を入力し，sheet[Yy2]の$y(n)$を表示．



6

⑥ $x(n)=1, n=0\sim11$，$h(n)=1, n=0\sim11$に対する$y(n)$を求めてその概略図（包絡線）を$n=0\sim39$の範囲で図示せよ．但し，DFTのサンプル数はN＝20．

kit_dsp_DFT-IDFT.xlsxにおいて，sheet[xX]で$x(n)$をsheet[hH]で$h(n)$を入力し，sheet[Yy2]の$y(n)$を表示．



7

⑦ ⑤と⑥における$y(n)$の違いについて述べよ．
（参考）⑤では折り返し歪みがないが，⑥ではある．

⑤では$x(n)$が9サンプル，$h(n)$が9サンプルであり，線形畳み込み和による出力信号$y(n)$は$9+9-1=17$サンプルである．一方，DFT／IDFTのサンプル数（周期）は$N=20$サンプルであり，$17<20$より折り返し歪みが発生しない．
⑥では$x(n)$が12サンプル，$h(n)$が12サンプルであり，$y(n)$は$12+12-1=23$サンプルとなる．$N=20<23$であるため，$n=20, 21, 22$において折り返し歪みが発生する．
$y(n)$の最大値は$x(n)=h(n)=1$ のサンプル数で決まり，⑤が9サンプル，⑥が12サンプルであることから，各々の最大値は9と12になっている．

8

問題3
離散フーリエ変換（DFT）による線形畳み込み和
$y(n)=h(n)*x(n)$に関して以下の問に答えよ（$*$は畳み込み和を表すものとする）．
DFTのサンプル数は$N=20$とする．

① $x(n)=0.5, n=0\sim2, x(n)=1, n=3\sim5,$
$x(n)=0.5, n=6\sim8$に対するDFT:$X(k)$を求めて$k=0,4,8$における振幅と位相を数値で示せ．

kit_dsp_DFT-IDFT.xlsxのsheet[xX]を使用

k	振幅	位相(rad)
0	6	0
4	0.307	1.26
8	0.809	-0.623

9

② $h(n)=1, n=0\sim2, h(n)=0.5, n=3\sim5,$
$h(n)=-0.5, n=6\sim8$に対するDFT:$H(k)$を求めて$k=0,4,8$における振幅と位相を数値で示せ．

kit_dsp_DFT-IDFT.xlsxのsheet[hH]を使用

k	振幅	位相(rad)
0	3	0
4	1.43	-0.204
8	0.967	0.516

10

③ $k=0,4,8$における$Y(k)$の振幅と位相を数値で示せ．
kit_dsp_DFT-IDFT.xlsxのsheet[YHX]を使用

k	振幅	位相(rad)
0	18	0
4	0.44	1.06
8	0.783	-0.107

④ ①～③の結果より，$Y(k)=H(k)X(k)$となっていることを示せ．
$|Y(k)|=|H(k)|\times|X(k)|$となっていることを示す．

k	①$\lvert X(k)\rvert$	②$\lvert H(k)\rvert$	$\lvert X(k)\rvert\times\lvert H(k)\rvert$	③$\lvert Y(k)\rvert$
0	6	3	18	18
4	0.307	1.43	0.439	0.44
8	0.809	0.967	0.782	0.783
			（手計算）	

（注）$|X(k)|, |H(k)|$は①，②で回答しているので，ここでは記載不要

11

$\theta_Y(k)=\theta_H(k)+\theta_X(k)$となっていることを示す．

k	①$\theta_X(k)$	②$\theta_H(k)$	$\theta_X(k)+\theta_H(k)$	③$\theta_Y(k)$ $[rad]$
0	0	0	0	0
4	1.26	-0.204	1.056	1.06
8	-0.623	0.516	-0.107	-0.107
			（手計算）	

（注）$\theta_X(k), \theta_H(k)$は①，②で回答しているので，ここでは記載不要

（参考）

$$|Y(k)|e^{j\theta_Y(k)}=|H(k)|e^{j\theta_H(k)}\times|X(k)|e^{j\theta_X(k)}$$
$$=|H(k)|\times|X(k)|e^{j(\theta_H(k)+\theta_X(k))}$$

振幅　$|Y(k)|=|H(k)|\times|X(k)|$ …積になっている
位相　$\theta_Y(k)=\theta_H(k)+\theta_X(k)$　…和になっている

12