

「デジタル通信と信号処理」  
最終試験の予想問題

1. 第3回レポートに関連する問題

数値は変更する

2. (離散フーリエ変換に関する問題)

アナログ信号 $x(t)$ が $0 \sim 1$ 秒に分布し、そのフーリエ変換 $X(j\omega)$ は $0 \sim 4\text{kHz}$ に分布しているものとする。以下の間に答えよ。

a. 標本化周波数 $f_s$ に対する条件を求めよ。

$$2 \times 4\text{kHz} = 8\text{kHz} < f_s$$

3. (高速フーリエ変換:FFTに関する問題)

式(1)の計算を乗算2回、加減算2回で行えるように式を変形せよ。また、その式の計算を実現するシグナルフローグラフを求めよ。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a \\ b & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \cdots (1)$$

<解答例>

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

シグナルフローグラフは板書

b. 時間領域と周波数領域のサンプル数を $N$ とすると、周波数領域の標本間隔 $\Delta f$ を $f_s$ と $N$ で表せ。

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}$$

c. 周波数領域を標本化することにより生じる時間領域の周期 $T_0$ を $\Delta f$ で表せ。

$$T_0 = 1/\Delta f$$

d. 時間領域で折り返し歪みが生じない条件を $\Delta f$ で表せ。

$$1\text{sec} < T_0 = \frac{1}{\Delta f}$$

$$\Delta f < \frac{1}{1\text{sec}} = 1\text{Hz}$$

4. (高速フーリエ変換:FFTに関する問題)

式(1)は4サンプル( $N = 4$ )の離散フーリエ変換(DFT)を表している。

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^0 & w^0 & w^0 & w^0 \\ w^0 & w^1 & w^2 & w^3 \\ w^0 & w^2 & w^0 & w^2 \\ w^0 & w^3 & w^2 & w^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix} \cdots (1)$$

以下の間に答えよ。

a. 周波数間引き(行の入れ替え)により、式(1)を変形せよ。

e. 設問b, dの結果より、サンプル数 $N$ に対する条件を求めよ。

$$N = \frac{f_s}{\Delta f}, \quad 8\text{kHz} < f_s, \quad \Delta f < 1\text{Hz}$$

以上より、 $8000 < N$

f. 設問eの条件を満たす $N$ を2のべき乗の最小値で表せ。

$$8000 < N = 8192 = 2^{13}$$

g. 設問fで求めた $N$ に対する $\Delta f, T_0, f_s$ の一例を示せ。

$$\Delta f = 0.99\text{Hz}, T_0 = \frac{1}{\Delta f} = 1.01\text{sec}, f_s = \Delta f N = 8110\text{Hz}$$

b. 設問aにより得られる行列を次のように表すとき、

$$\begin{bmatrix} F_1(2) & F_2(2) \\ F_3(2) & F_4(2) \end{bmatrix}$$

$F_1(2)$ と $F_2(2)$ の関係、及び $F_3(2)$ と $F_4(2)$ の関係を示せ。次に、 $F_1(2)$ と $F_3(2)$ の関係を示せ。

c. 設問bで得られた関係を用いて、式(1)を計算するシグナルフローグラフを求めよ。