平成28年度　前期

ディジタル通信と信号処理

小テスト（6/14）の予想問題

- ほぼ同じ問題が出題されますので，必ず事前に解いて下さい．
- 小テストでは数値や回路形式は変更されます．
- 小テストは「持ち込み自由」で行います．

中山　謙二

1

問題１
あるシステムのインパルス応答$h(n)$と入力信号$x(n)$が次式で与えられている．以下の問に答えよ．

$h(0) = 0, h(1) = 0.5, h(2) = 1, h(3) = 0.3, h(4) = -0.3$

$x(n) = \cos(2\pi f n T)$

$f_s = \frac{1}{T} = 8[Hz],\quad f = 2[Hz]$

① 出力信号$y(n)$を畳み込み和により計算し，$n = 0 \sim 4$と$n = 10 \sim 14$における$y(n)$の数値を求めよ．
② 出力信号$y(n)$を$h(n)$のフーリエ変換により計算し，$n = 0 \sim 4$と$n = 10 \sim 14$における$y(n)$の数値を求めよ．
③ ①と②において$y(n)$が異なる理由を説明せよ．

＜計算プログラム＞
出力信号$y(n)$の計算： kit_dsp_conv-3.xlsx
$h(n)$のフーリエ変換： kit_dsp_Fourier.xlsx

2

（解答例）（答案用紙にもこのように書いてください）
①，②

n	①$y(n)$	②$y(n)$
0	0	-1.3
1	0.5	0.20
2	1	1.3
3	-0.20	-0.20
4	-1.3	-1.3
―	―	―
10	1.3	1.3
11	-0.19	-0.19
12	-1.3	-1.3
13	0.19	0.19
14	1.3	1.3

③について

①の$y(n)$は過渡応答＋定常応答であり，②の$y(n)$は定常応答のみである．
$n = 0 \sim 2$には過渡応答が現れており，$n = 3$以降は定常応答になっている．

過渡応答では
①$y(n) \neq$ ②$y(n)$
定常応答では
①$y(n) =$ ②$y(n)$

3

問題２
あるシステムのインパルス応答$h(n)$と入力信号$x(n)$が次のように与えられている（下記以外の$h(n), x(n)$は零）．
以下の問に答えよ．但し，出力信号を$y(n)$とする．

$h(0) = 0.3, h(1) = 1, h(2) = 0.5, h(3) = 0, h(4) = -0.3$

$x(0) = 1, x(1) = 1, x(2) = -1, x(3) = -1, x(4) = 1$

① 畳み込み和により出力信号$y(n), n = 0 \sim 8$を求めよ．
② $h(n)$のフーリエ変換（振幅特性）の概略図を示せ．
③ $x(n)$のフーリエ変換（振幅特性）の概略図を示せ．
④ $y(n)$のフーリエ変換（振幅特性）の概略図を示せ．
　概略図は$f = 0 \sim 4Hz$の範囲で示せ．
⑤ フーリエ変換→積→逆フーリエ変換により求めた$y(n), n = 0 \sim 8$を示せ．
⑥ $h(n), x(n), y(n)$の関係とこれらのフーリエ変換$H(e^{j\omega}), X(e^{j\omega}), Y(e^{j\omega})$の関係を示せ．

4

＜計算プログラム＞

畳み込み和： kit_dsp_conv-1.xlsx
フーリエ変換→積→逆フーリエ変換： kit_dsp_FT-IFT.xlsx

5

（解答例）

①と⑤について

n	①$y(n)$	⑤$y(n)$
0	0.3	0.3
1	1.3	1.3
2	1.2	1.2
3	-0.8	-0.8
4	-1.5	-1.5
5	0.2	0.20
6	0.8	0.8
7	0.3	0.30
8	-0.3	-0.3

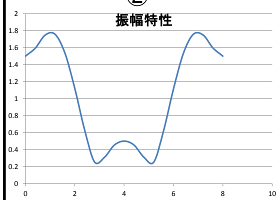
⑥について

$$y(n) = \sum_{k=0}^{4} h(k)x(n-k)$$
$n = 0 \sim 8$

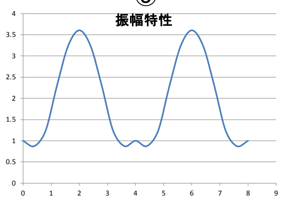
$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})$$

6

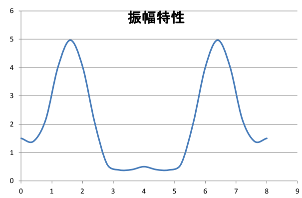
②



③



④



- 目盛を記入すること.
- グラフは概略図でよいが，座標点を何点かプロットし，曲線で滑らかに結ぶこと.

★$f = 0 \sim 4Hz$の範囲でグラフを書く

7

問題3

アナログ信号の標本化に関して以下の問に答えよ.

① アナログ信号が有する周波数成分の最高周波数が5Hzであるとき，標本化周波数f_sが満たすべき条件を求めよ.
② 周波数が3Hzの正弦波を8Hzで標本化したときの周波数成分の分布図を$f = 0 \sim 8Hz$の範囲で示せ．また，実際に現れる周波数を求めよ.
③ 周波数が6Hzの正弦波を8Hzで標本化したときの周波数成分の分布図を$f = 0 \sim 8Hz$の範囲で示せ．また，実際に現れる周波数を求めよ.

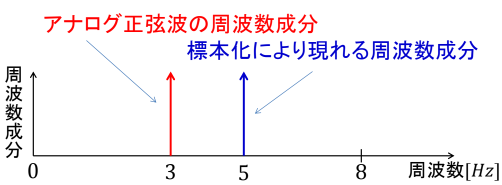
8

（解答例）

①

$$2 \times 5Hz = 10Hz < f_s$$

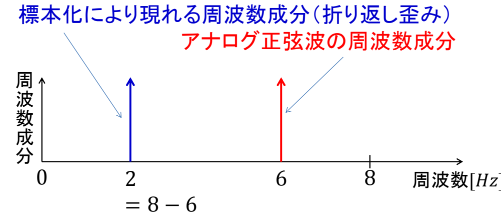
②



実際に現れる周波数（$0 \sim f_s/2$）　3Hz

9

③ 標本化により現れる周波数成分（折り返し歪み）



実際に現れる周波数（$0 \sim f_s/2$）　2Hz

周波数f_0の正弦波をf_sで標本化すると，周波数成分はf_0，$f_s \pm f_0$，$2f_s \pm f_0, \cdots$に現れる．この中で，実際に現れる周波数成分は$0 \sim f_s/2$の範囲にある成分である.

10

問題4

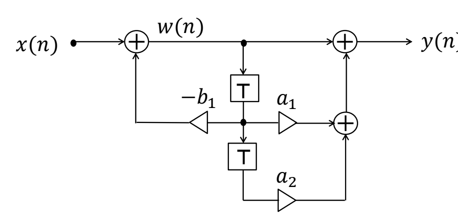
次頁の回路について以下の問に答えよ.
但し，$a_1 = 2, a_2 = 1, b_1 = 0.5$とする.

① $x(n), w(n), y(n)$の関係を求めよ.
② ①の結果をZ変換することにより，伝達関数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

を求めよ.
③ 伝達関数から極と零点を求めよ.
④ この回路の安定性を判定せよ.

11



12

（解答例）

①

$$w(n) = x(n) - b_1 w(n-1)$$
$$y(n) = w(n) + a_1 w(n-1) + a_2 w(n-2)$$

②

$$W(z) = X(z) - b_1 z^{-1} W(z)$$
$$Y(z) = W(z) + a_1 z^{-1} W(z) + a_2 z^{-2} W(z)$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1}}$$

③

零点: $1 + 2\mathrm{z}^{-1} + \mathrm{z}^{-2} = 0 \rightarrow z^2 + 2z + 1 = 0$

$\rightarrow \;\; z = -1$

極: $1 + 0.5z^{-1} = 0 \rightarrow z + 0.5 = 0 \rightarrow z = -0.5$

④

$|極| = |-0.5| < 1$であるから，安定である.

13