

平成26年度後期
工学部・情報工学科

情報数学
第2回小テスト(火曜1限クラス)
(問題と解答例／60満点)

2014.12.20

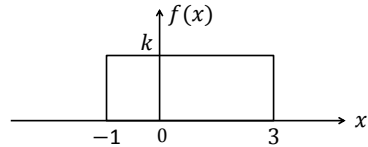
(注意事項)

- 教科書, 資料等の持ち込み不可. 電卓専用機使用可.
- 解答は既約分数または小数(有効数字3桁)で示すこと.

問題3(5点×2題=10点)

確率密度関数 $f(x)$ が下図で与えられる一様分布に関して以下の問に答えよ.

- (1) k を求めよ.
- (2) 確率変数が $0 \leq x \leq 2$ の値を取る確率を求めよ.



問題1(3点×2題+4点=10点)

サイコロを投げたとき, 偶数の目が出ることを事象A, 4以上の目が出ることを事象Bとする.
以下の確率を求めよ.

$$P(A), \quad P(B), \quad P(A \cap B)$$

<解答例>

事象A 2, 4, 6, 事象B 4, 5, 6
事象A&B 4, 6

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

<解答例>

(1) $f(x)$ の面積=1より

$$k(3+1) = 4k = 1, \quad k = \frac{1}{4} = 0.25$$

(2)

$$f(x) = k, 0 \leq x \leq 2$$
$$P(0 \leq x \leq 2) = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 kdx = 2k = 0.5$$

問題2(10点)

サイコロを3回投げ, そのうち3の目が1回出る確率を求めよ.

<解答例>

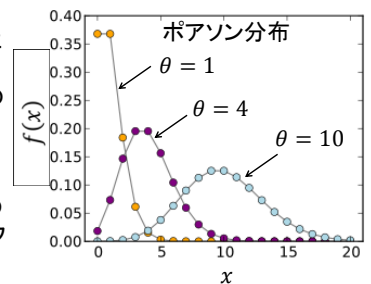
$$p_{1=3} C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{3-1} = \frac{25}{72} = 0.347$$

問題4(5点×2題=10点)

ある都市の1日の交通事故死者数が3日間で1, 2, 3人だとする.

- (1) このような事象が起こる確率を求めよ.
- (2) 死者数1人のほうが3人よりも確率が高い理由を説明せよ.

但し, 死者数 x 人に対する確率 $f(x)$ はポアソン分布に従うものとする. また, 1日の平均死者数(期待値 $=\theta$)は1人とする. 確率 $f(x)$ の値は右のポアソン分布のグラフより求めること.



<解答例>

(1) $\theta = 1, x = 1, 2, 3$ に対するポアソン分布の値を次式より計算するかグラフより読み取る.

$$f(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}, \quad e = 2.72$$

1人である確率=0.37, 2人である確率=0.18
3人である確率=0.06

(2) 1日の平均死亡者数(期待値= θ)が1人であるので、ある3日間においても、1日当たりの死亡者数が1人である確率が最も高くなる.

問題6(10点)

パン屋が3軒あり、売っている種類は以下の通りである.
A店 あんパン, メロンパン
B店 クロワッサン, フランスパン, あんパン, ジャムパン
C店 メロンパン, あんパン, クリームパン

ある人があんパンを買ったとき、それをC店で買った確率を求めよ. ベイズの定理を用いて計算すること.

但し、3軒のパン屋が選ばれる確率は同じ(1/3)である.
また、1軒のパン屋の中である種類のパンが買われる確率は同じである(例:3種類のパンを売っているパン屋では、1種類のパンが買われる確率は1/3).

問題5(10点)

ある客船の乗客について以下のことが分かっている.

- 日本人が40%である.
- 男性が60%である.
- 日本人女性が20%である.

男性のなかから1人を選び出したとき、それが日本人である確率を求めよ.

ただし、次の関係に基づいて計算すること.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

事象A:選ばれた人が男性である
事象B:選ばれた人が日本人である

<解答例>

事象A A店でパンを買う, 事象B B店でパンを買う

事象C C店でパンを買う, 事象W あんパンを買う

あんパンを買ったとき、それをC店で買った確率はベイズの定理より次式で与えられる.

$$P(C|W) = \frac{P(W|C)P(C)}{P(W)} \\ = \frac{P(W|C)P(C)}{P(W|A)P(A) + P(W|B)P(B) + P(W|C)P(C)}$$

条件より

$$P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$$

$$P(W|A) = 1/2, P(W|B) = 1/4, P(W|C) = 1/3$$

これらの値を上式に代入する.

$$P(C|W) = \frac{4}{13}$$

<解答例>

事象A:選ばれた人が男性である

事象B:選ばれた人が日本人である

条件より,

$$P(A) = 0.6$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(A \cap B) = 0.4 - 0.2 = 0.2$$

これらを次式に代入して $P(B|A)$ を求める.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$