

平成26年度後期
工学部・情報工学科

情報数学
第2回小テスト(火曜2限クラス)
(問題と解答例／〇〇満点)

2014.12.20

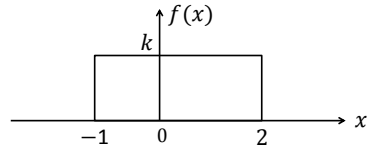
(注意事項)

- 教科書、資料等の持ち込み不可。電卓専用機使用可。
- 解答は既約分数または小数(有効数字3桁)で示すこと。

問題3(5点×2題=10点)

確率密度関数 $f(x)$ が下図で与えられる一様分布に関して以下の問に答えよ。

- (1) k を求めよ。
- (2) 確率変数が $0 \leq x \leq 1$ の値を取る確率を求めよ。



問題1(3点×2題+4点=10点)

サイコロを投げたとき、奇数の目が出ることを事象A、3以上の目が出ることを事象Bとする。
以下の確率を求めよ。

$$P(A), \quad P(B), \quad P(A \cap B)$$

<解答例>

事象A 1, 3, 5, 事象B 3, 4, 5, 6
事象A&B 3, 5

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

<解答例>

(1) $f(x)$ の面積=1より

$$k(2+1) = 3k = 1, \quad k = \frac{1}{3} = 0.333$$

(2)

$$f(x) = k, 0 \leq x \leq 1$$
$$P(0 \leq x \leq 1) = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 k dx = k = \frac{1}{3} = 0.333$$

問題2(10点)

コインを5回投げ、そのうち3回で表が出る確率を求めよ。

<解答例>

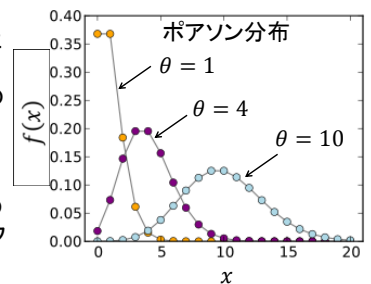
$$p_3 = {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

問題4(5点×2題=10点)

ある都市の1日の交通事故死亡者数が3日間で1, 2, 3人だとする。

- (1) このような事象が起こる確率を求めよ。
- (2) 死亡者数1人のほうが3人よりも確率が高い理由を説明せよ。

但し、死亡者数 x 人に対する確率 $f(x)$ はポアソン分布に従うものとする。また、1日の平均死亡者数(期待値 $=\theta$)は1人とする。確率 $f(x)$ の値は右のポアソン分布のグラフより求めること。



<解答例>

(1) $\theta = 1, x = 1, 2, 3$ に対するポアソン分布の値を次式より計算するかグラフより読み取る.

$$f(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}, \quad e = 2.72$$

1人である確率=0.37, 2人である確率=0.18
3人である確率=0.06

(2) 1日の平均死亡者数(期待値= θ)が1人であるので、ある3日間においても、1日当たりの死亡者数が1人である確率が最も高くなる.

問題6(10点)

パン屋が3軒(A店, B店, C店)あります. 3軒のパン屋で買い物をした100人と各パン屋で聞いたところ, 以下のことが分かりました.

- A店でパンを買った人は30人.
- あんパンを買った人は20人.
- A店におけるあんパンの割合は30%である.

あんパンを買った人のうち, A店で買った人の割合(%)を求めよ. ベイズの定理を用いて計算すること.

問題5(10点)

ある客船の乗客について以下のことが分かっている.

- 日本人が50%である.
- 男性が60%である.
- 日本人女性が30%である.

男性のなかから1人を選び出したとき, それが日本人である確率を求めよ.

ただし, 次の関係に基づいて計算すること.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

事象A: 選ばれた人が男性である

事象B: 選ばれた人が日本人である

<解答例>

事象A A店でパンを買う

事象W あんパンを買う

あんパンを買った人のうち, A店で買った人の割合(%)
 $= P(A|W)$

ベイズの定理より,

$$P(A|W) = \frac{P(W|A)P(A)}{P(W)}$$

条件より

$$P(A) = 0.3, P(W) = 0.2, P(W|A) = 0.3$$

これらを上式に代入する.

$$P(X|Y) = \frac{0.3 \times 0.3}{0.2} = \frac{0.9}{2} = 0.45 \rightarrow 45(\%)$$

<解答例>

事象A: 選ばれた人が男性である

事象B: 選ばれた人が日本人である

条件より,

$$P(A) = 0.6$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(A \cap B) = 0.5 - 0.3 = 0.2$$

これらを次式に代入して $P(B|A)$ を求める.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$