

平成26年度後期  
工学部・情報工学科

情報理論  
第3回小テスト(火曜3限クラス)  
(問題と解答例/60点満点)

2014.12.20

(注意事項)

- 教科書, 資料等の持ち込み不可. 電卓専用機使用可.
- 対数については電卓で計算するか, 問題に付記された数値を使用すること.
- 解答は分数または小数(有効数字3桁)で示すこと.

1

問題1(5点×2題=10点)

次の符号について以下の可能性を調べよ.

- (a)一意復号の可能性
- (b)瞬時復号の可能性

$A = 0$   
 $B = 01$   
 $C = 011$

(調べる方法)

001011を受信したとき, これを $A, B, C$ に一意復号可能であるか/瞬時復号可能であるかを調べる.  
答えは可能/不可能とその理由を述べること.

2

<解答例>

(a)一意復号の可能性

001011を受信したとする. **この復号は次のビット分割に限られる.**

$001011 \rightarrow 0 - 01 - 011 \rightarrow A - B - C$

上記以外のビット分割を考えてみる. 例えば,

$001011 \rightarrow 00 - 1 - 011$

と分割した場合, 00, 1に対応する符号がないので復号化出来ない.

3

(b)瞬時復号の可能性

001011を受信したとする.

- 1ビット目の「0」を受信した段階では $A$ と判定できない. もし次に「1」が来れば $B$ となる. 2ビット目の「0」を受信した段階で1ビット目の「0」は $A$ であると判定できる.
- 2, 3ビット目の「01」を受信した段階では $B$ と判定できない. もし, 次に「1」が来れば $C$ となる. 4ビット目の「0」を受信した段階で2, 3ビット目の「01」が $B$ であると判定できる.

**このように, 次の符号のビットを受信するまでは復号できないため, 瞬時復号は不可能である.**

4

問題2(5点×2題=10点)

次の情報源について以下の問に答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ 0.1 & 0.5 & 0.15 & 0.25 \end{pmatrix}$$

(1)シャノン-ファノ符号と効率 $e$ を求めよ.

(2)ハフマン符号と効率 $e$ を求めよ.

(参考)

$$\log_2 0.1 = -3.32, \quad \log_2 0.15 = -2.74$$
$$\log_2 0.25 = -2, \quad \log_2 0.5 = -1$$

5

<解答例>

(1)シャノン・ファノの符号化

確率の順に並べる

$$\begin{matrix} A_2 & A_4 & A_3 & A_1 \\ 0.5 & 0.25 & 0.15 & 0.1 \end{matrix}$$

確率が等しくなるように分割

$$\begin{matrix} (A_2) & (A_4 & A_3 & A_1) \\ 0.5 & 0.25 + 0.15 + 0.1 = 0.5 \end{matrix}$$

第2項を確率が等しくなるように分割

$$\begin{matrix} (A_4) & (A_3 & A_1) \\ 0.25 & 0.15 + 0.1 = 0.25 \end{matrix}$$

第3項を分割する.

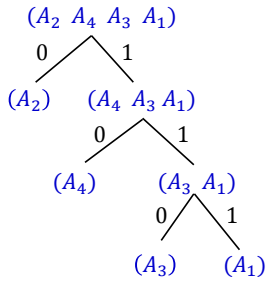
$$\begin{matrix} (A_3) & (A_1) \\ 0.15 & 0.1 \end{matrix}$$

6

以上をツリーで表す.

符号化  
 $A_2$  0  
 $A_4$  10  
 $A_3$  110  
 $A_1$  111

(0,1を逆)  
 $A_2$  1  
 $A_4$  01  
 $A_3$  001  
 $A_1$  000



7

効率

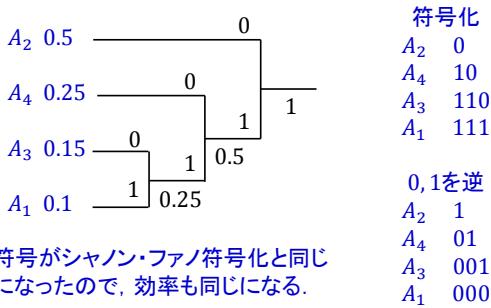
$$H = - \sum_{i=1}^4 p_i \log_2 p_i = 1.74$$

$$L = \sum_{i=1}^4 g_i p_i = 1.75, \quad g_i : \text{各記号の符号長}$$

$$e = \frac{H}{L} = \frac{1.74}{1.75} \cong 0.996$$

8

(2)ハフマン符号  
 記号を確率の大きい順に並べる.  
 確率が最も小さい2つを組み合わせる.

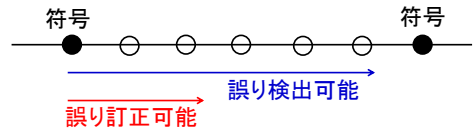


符号がシャノン・ファノ符号化と同じ  
 になったので、効率も同じになる.

9

問題3 (5点 × 2題 = 10点)  
 符号語間の最小のハミング距離が6である場合,  
 (a) 誤り検出可能  
 (b) 誤り訂正可能  
 なハミング距離(ビット数)を求めよ.

<解答例>



符号間最小距離 = 6ビット ( $n = 2b, b = 3$ )  
 誤り検出可能な距離 = 5ビット ( $2b - 1$ )  
 誤り訂正可能な距離 = 2ビット ( $b - 1$ )

10

問題4 (5点 × 2題 = 10点)  
 3ビット分の雑音が入り混入しても  
 (a) 誤り検出可能  
 (b) 誤り訂正可能  
 であるための符号語間の最少ハミング距離(偶数)を求めよ.

<解答例>

符号間の最小距離(偶数):  $n = 2b$

(a) 誤り検出可能

$$2b - 1 = 3 \rightarrow b = \frac{4}{2} \rightarrow 2, \quad \text{最小距離} = 2b = 4$$

(b) 誤り訂正可能

$$b - 1 = 3 \rightarrow b = 4, \quad \text{最小距離} = 2b = 8$$

11

問題5 (5点 × 2題 = 10点)

長方形符号が次式で与えられている。以下の間に答えよ。

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & p_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & p_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & p_4 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{bmatrix}$$

(1)  $p_1 \sim p_4, q_1 \sim q_5$ を求めよ.

(2) 受信した符号  $Y'$  において、第2行が  $[0 \ 1 \ 1 \ 0 \ p_2]$  となった。 $Y'$  における  $y_1 \sim y_4, z_1 \sim z_5$  を求めよ。  
 ただし、 $p_2$  に誤りはないものとする。

12

<解答例>

(1)  $p_i$ は第*i*行の情報ビットの排他的論理和,  $z_j$ は第*j*列の情報ビットの排他的論理和,  $q_5$ は $p_1 \sim p_4$ の排他的論理和であるから, 次のように求まる.

$$\begin{aligned} p_1 = 1, & \quad p_2 = 1, & \quad p_3 = 0, & \quad p_4 = 0 \\ q_1 = 0, & \quad q_2 = 0, & \quad q_3 = 0, & \quad q_4 = 0, & \quad q_5 = 0 \end{aligned}$$

(2)  $y_i, z_j$ は送信時は全て0である. 受信側では, 第2行第3列に誤り(0 → 1)が発生している. これを含む $y_i, z_j$ が1となり, 他は0のままである.  $y_i, z_j$ は次のようになる.

$$\begin{aligned} y_1 = 0, & \quad y_2 = 1, & \quad y_3 = 0, & \quad y_4 = 0 \\ z_1 = 0, & \quad z_2 = 0, & \quad z_3 = 1, & \quad z_4 = 0, & \quad z_5 = 0 \end{aligned}$$

13

問題6(5点×2題=10点)

次に示す長さ15の符号語(情報ビット=10, 検査ビット=5)の三角形符号について以下の問に答えよ.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & p_1 \\ 1 & 0 & 1 & p_2 \\ 0 & 1 & p_3 \\ 1 & p_4 \\ p_5 \end{bmatrix}$$

(1) 送信側で付加する検査ビット $p_1 \sim p_5$ を求めよ.

(2) 受信側で $y_i$ を計算したところ,  $y_1 = 1, y_3 = 1$ であった. 1ビットの誤りが情報ビットで発生しているとするとき, どのビットで誤りが発生したか,  $x_{ij}$ で答えよ.

14

<解答例>

(1)  $p_i$ は次式で与えられる

$$\begin{aligned} p_1 &= x_{11} \oplus x_{12} \oplus x_{13} \oplus x_{14} = 0 \\ p_2 &= x_{21} \oplus x_{22} \oplus x_{23} \oplus x_{14} = 1 \\ p_3 &= x_{31} \oplus x_{32} \oplus x_{23} \oplus x_{13} = 0 \\ p_4 &= x_{41} \oplus x_{32} \oplus x_{22} \oplus x_{12} = 0 \\ p_5 &= x_{41} \oplus x_{31} \oplus x_{21} \oplus x_{11} = 1 \end{aligned}$$

(2)  $y_i$ は送信時は全て0である. 受信側で誤りが生じると $y_i = 1$ となる.  $y_1 = 1, y_3 = 1$ であることは

$$\begin{aligned} y_1 &= p_1 \oplus x_{11} \oplus x_{12} \oplus x_{13} \oplus x_{14} \\ y_3 &= p_3 \oplus x_{31} \oplus x_{32} \oplus x_{23} \oplus x_{13} \end{aligned}$$

に共通に含まれる $x_{13}$ に誤りがある.

15