

# 偏角関数を用いた曲線の研究

008 岩淵 勇樹

## 1 まえがき

直交座標平面上に与えられた任意の連続な曲線について、 $\theta(l)$  をその曲線の基準点 (原点にあるとする) からの長さ  $l$  での接線の偏角 ( $x$  軸に対する角度 (rad)) とし、これを偏角関数と呼ぶ。

この研究では、偏角関数を工学分野へ応用することを考え、その一環として「再帰曲線の描画」および「線画像のパターンマッチング」への応用を試みる。

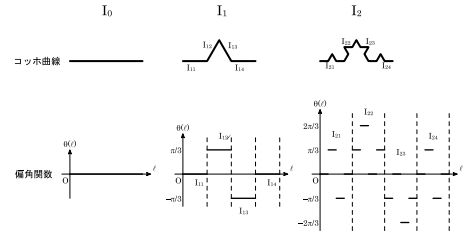


図 1: コッホ曲線の途中段階とその偏角関数

## 2 基礎的な性質

ある曲線から求められる偏角関数  $\theta(l)$  について

$$x = \int_0^t \cos \theta(l) dl \quad y = \int_0^t \sin \theta(l) dl$$
$$(-L_1 \leq t \leq L_2)$$

を求めることによって元の曲線を復元 (逆変換) できる。また、曲線を偏角関数へ変換して解析を行うなどする際、特に以下の性質を知っておくと便利である。

- $\theta'(l)$  は曲線の基準点からの長さ  $l$  での曲率を示す
- $\theta(l) + \theta$  曲線の  $\theta$  (rad) 回転
- $\theta(\frac{l}{k})$  曲線の  $k$  倍拡大
- $\theta(l)$  が (奇/偶) 関数 曲線は (線/点) 対称図形

## 3 再帰曲線の偏角関数導出・描画

自己相似的な構造をもつ曲線 (再帰曲線: フラクタル曲線ともいう) は、自己相似的な波形構造を持つ偏角関数 (1 次元よりも高い次元であるため定義域は  $-\infty \sim +\infty$ ) になるため、再帰的な関数定義によって求めることができ、シンプルな表現が可能である。

## 4 線画像のパターンマッチング

類似曲線の検出として、2 つの曲線の偏角関数の平均誤差を求める手法で充分信頼性の高い結果を得られた。また、1 つの曲線について、偏角関数とそれを反転 (or さらに正負逆転) したのに対して同様な手法を行うことにより、高い信頼性で点対称図形 (or 線対称図形) を検出できた。

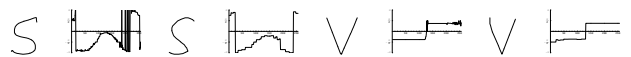


図 2: 手書き文字とその偏角関数

## 5 まとめ

フラクタルに関するアプローチは、描画アルゴリズムとしては革新的ではないが、任意の曲線の偏角関数から再帰性を特定することができれば、フラクタル次元を求める一つの手法として大いに期待できる。

パターンマッチングに関するアプローチは、今回のかなり手荒な手法でも信頼性の高いと見られる結果が得られたが、現段階では 1 本の開曲線にしか対応できていないため、実用化に際してはさらなる改良を加える必要がある。それにより、人間の図形識別と大差ない識別結果が期待できる。