

研究テーマ：テント写像 $g_a(x)$ の奇数周期点について

名列番号 011 何海寧

1. まえがき

テント写像は以下の式で示される。

$$g_a(x) = 2x \quad (0 \leq x \leq 0.5) \\ = 2 - 2x \quad (0.5 \leq x \leq 1)$$

2. 研究課題

テント写像 $g_a(x)$ が $a \geq \alpha_k$ ($k = 1, 2, \dots$)

の時、 $2k+1$ 周期点を持つと定理されている。

実際に、 $g_a(x)$ の様子を見ながら、この定理の確認をする。

3. 研究方法

1) $a < \alpha_1$ 、 $a = \alpha_1$ 、 $a > \alpha_1$ の時の $g_a^3(x)$

様子を見ながら、 $g_a(x)$ はどの範囲に三周期点をもつかを確認する。

2) $a < \alpha_2$ 、 $a = \alpha_2$ 、 $a > \alpha_2$ の時 $g_a^5(x)$

の様子を見ながら、 $g_a(x)$ はどの範囲に五周期点をもつかを確認する。

3) $\alpha_2 < a < \alpha_1$ の時、 $g_a^3(x)$ と $g_a^5(x)$ の

様子を見ながら、 $g_a(x)$ はこの範囲に三周

期点を持つか、五周期点をもつかを確認する。

4. 結果と考察

1) $a < \alpha_1$ の時、 $g_a(x)$ は三周期点をもたない； $a = \alpha_1$ の時、三周期点を一個もつ； $a > \alpha_1$ の時三周期点を複数個持つ、一番多い時は六個持つ。

2) $a < \alpha_2$ の時、 $g_a(x)$ は五周期点をもたない； $a = \alpha_2$ の時、五周期点を一個もつ； $a > \alpha_2$ の時五周期点を複数個持つ、一番多い時は30個持つ。

3) $\alpha_2 < a < \alpha_1$ の時、 $g_a(x)$ はこの範囲に三周期点を持たない、五周期点をもつ。

5. まとめと感想

同様に、テント写像 $g_a(x)$ が $a \geq \alpha_k$ ($k = 1, 2, \dots$) の時、 $2k+1$ 周期点を持つ事を確認できる。 $a = \alpha_k$ の時は始めての $2k+1$ 周期点を持つ； $a > \alpha_k$ の時は複数個の $2k+1$ 周期点を持つ。結果により、 $a > \alpha_k$ ($a = 1, 2, \dots$) のそれぞれの一番多い時の奇数周期点の個数は $2^k - 2$ 個と予想される。