

情報システム工学科

自主課題研究

Birkhoff-kakutani の定理

041:忠村栄一郎

平成 18 年 2 月 14 日

1 まえがき

位相ベクトル空間、COMPLETENESS について研究する。

2 研究課題

主に、位相ベクトル空間について、研究した。その中でも特に、Birkhoff-kakutani の定理について探求した。

3 研究方法

先生に配布していただいた英文のテキストの内容を理解してまとめる。そして、毎回の授業で発表を行い、さらに理解を深める。

4 結果と考察

Birkhoff-kakutani の定理を理解するために、基礎となる位相空間、ベクトル空間、位相ベクトル空間などについて研究した。さらにこの定理を証明するために、 0 の任意の近傍は、 0 のある balanced 近傍を含む、また、 0 の任意の凸近傍は、 0 のある balanced 近傍を含むという補題が必要となった。その他には均斉、局所基底、両立、凸集合などといった内容を理解する必要があった。Birkhoff-kakutani の定理とは、

X を位相ベクトル空間とし加算局所基底を有するものとする。このとき X 上のある距離関数 d があって、

(a) d は X の位相に両立する。

(b) 0 を中心とする開球は balanced。

(c) $x, y, z \in X$ に対して、 d は不変 $d(x+y, y+z) = d(x, y)$

さらに、 X が局所凸であるとき、(a),(b),(c) を満たす d を選ぶことができ、さらに、

(d) 任意の開球は凸である。

という定理であり、この定理の証明を行った。

5 まとめと感想

上の定理の証明を完了した。英文を読むだけでも大変だったので、なかなか深い内容まで理解するのは困難だったしレポート作りに時間が追われた。

今回の自主課題研究では、英語の文献を読むことができ、 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ によるレポート作成に取り組めた。今まで自分があまり関わる機会が少なかったことに取り組めたので、今後の課題のスキルアップになったと思うので良かった。