情報システム工学科 平成１８年度後期 自主課題研究

奇数周期をもつテント変換

名列番号：０３６　中出悠介

1. まえがき

$f_a|_A$ は g_a と同型である。

よって g_a での周期点を調べれば f_a の周期点軌道がわかる。

2. 研究課題

テント写像 g_a が 2k+1 周期点をもつ $\iff$ $a \geq \alpha_k$(k=1,2,...) と定理されている。

実際に、 g_a のアニメーションをみてこの定理を確認する。

3. 研究方法

y=x と g_a^3 が不動点以外で初めて接したときの a の値を α_1 とすると、$a < \alpha_1$,$a = \alpha_1$,$a > \alpha_1$ のときの g_a^3 の様子を見ながら、a はどのようなとき 3 周期点をもつか調べる。

y=x と g_a^5 が不動点以外で初めて接したときの a の値を α_2 とすると、$a < \alpha_2$,$a = \alpha_2$,$a > \alpha_2$ のときの g_a^5 の様子を見ながら、a はどのようなとき 5 周期点をもつか調べる。

前の２つの結果から７周期点はどうなるか予想する。

また α_1、α_2、α_3 の大小関係を調べる。

4. 結果

$a < \alpha_1$；３周期点をもたない。$a = \alpha_1$；３周期点軌道を１組持つ。$a > \alpha_1$；２、４組もつ。

$a < \alpha_2$；５周期点をもたない。$a = \alpha_2$；５周期点軌道を１組持つ。$a > \alpha_2$；２、４、６組もつ。

$a < \alpha_3$；７周期点をもたない。$a = \alpha_3$；７周期点軌道を１組持つ。$a > \alpha_3$；２、４、６、８組もつと予想される。

また $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$ である。

5. まとめ

テント写像 g_a が $a \geq \alpha_k$ (k=1,2,3...) のとき f_a は 2k+1 周期点をもつことを確認できる。$a = \alpha_k$ のとき f_a は初めて 2k+1 周期点軌道を１組もつ。$a > \alpha_k$ のときは複数組もつ。
そして α_k は $2 > \alpha_1 > \alpha_2 > ... > \alpha_n > ... > \sqrt{2}$ である。
以上のことから定理：テント写像 g_a が 2k+1 周期点をもつ $\iff$ $a \geq \alpha_k$(k=1,2,...) が成り立っていることが分かる。