

自主課題研究概要

金沢大学工学部情報システム工学科

0608060432

3年 037 番中野賢司

『代数仕様言語 CafeOBJによる有理数の形式的記述』

1. 研究目的

代数仕様言語である CafeOBJ を用いて、ペアノの公理に基づく自然数の代数仕様を拡張し、整数、有理数、およびそれぞれの上の四則演算を形式的に定義する

2. 研究背景

CafeOBJ

形式手法による仕様の検証を支援する代数仕様言語。

CafeOBJ で記述した仕様は動作させることも可能である。

3. 研究内容

- ・ 自然数の定義

下の図がそれである。仕様 BASIC-NAT からなる項『0, s 0, s s 0...』が自然数『0, 1, 2...』に対応する。

```
mod! BASIC-NAT{
  [Zero NzNat < Nat]
  op 0 : -> Zero
  op s_ : Nat -> NzNat
}
```

図1 自然数の定義

- ・ 整数の定義、整数の四則演算の定義

自然数の BASIC-NAT を基本に負の方向に拡張することで整数を定義した。『p 0, p p 0...』が『-1, -2...』に相当する。また s と p が混在した項を簡約するために s と p の関係を定義づけた。

```
mod! BASIC-INT{
  [Zero Neg Pos < Int ]
  op p_ : Int -> Int
  eq s p X:Int = X .
  eq p s X:Int = X .
}
```

図2 整数の定義(一部抜粋)

- ・ 有理数の定義、およびそのうえでの四則演算の定義
整数 X,Y において X/Y を有理数と定義した。

このままでは約分されて同じ数同士を同じと認識しないため、約分ができるように

$$X/Y = (X \text{ div } \text{gcd}\{X, Y\}) / (Y \text{ div } \text{gcd}\{X, Y\})$$

if $\text{gcd}\{X, Y\} \neq s(0)$.

を定義した。ここで div は整数の除算。gcd {} は最大公約数を求める関数である。

```
mod! BASIC-RAT{
  [Int < Rat]
  op _/_ : Int Pos -> Rat
  op _/_ : Int Neg -> Rat
}
```

図3 有理数の定義(一部抜粋)

そのほかに有理数の定義をする際、約分をする必要があるため、最大公約数のモジュールを定義した。

4. 今後の課題

- ・ 今回定義した数の応用。さらに拡張して浮動小数点を定義したり、累乗を定義したりすることによってさらに多くの定理の証明などに活用できることが予想できる。

- ・ CafeOBJ では検証を行うことも可能なため、今回、定義した自然数、整数、有理数を用いた証明または、今回定義した自然数、整数、有理数自体の検証を行う