

自主課題研究

テーマ：フラクタル図形

担当：伊藤俊次

工学部 情報システム工学科

3年 045 平井 優規

このテーマを選んだ理由

フラクタル図形が描きたかったから。

研究内容

- ・フラクタル図形の存在について

フラクタル集合は以下のように定義される。

縮小写像の組 $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ に対して

$A = \bigcup_{i=1}^N f_i(A)$ を満たす集合 A が存在する。

この集合 A をフラクタル集合(図形)という。

縮小写像は以下のように定義される。

完備距離空間 (X, d) において

f を X から X への写像とし、

X 上の任意の2点を x, y に対して、

$0 \leq \exists c < 1: d(f(x), f(y)) \leq c * d(x, y)$ を満たす時、

f は縮小写像で、 c を f の縮小率と言う。

※ d は距離(ユークリッド距離など)である。

不動点定理

完備距離空間 (X, d) において

$f: X$ から X への縮小写像 とするとき、

I) $\exists x_f \in X: f(x_f) = x_f$ (この x_f を不動点と言う)

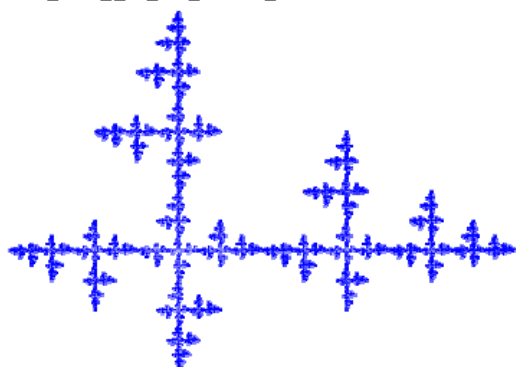
II) $\forall x_0 \in X$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} d(x_f, f^n(x_0)) = 0$ が成り立つ。

この不動点定理により、フラクタル図形の存在が証明できる。(証明は割愛)

- ・フラクタル図形を描く

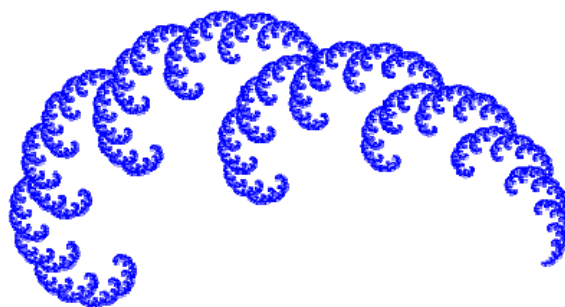
$$1) \quad f_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.707 \\ 0.707 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$2) \quad f_1 = \begin{bmatrix} 0.4614 & -0.4614 \\ 0.4614 & 0.4614 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 0.622 & 0.196 \\ -0.196 & 0.622 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.622 \\ 0.196 \end{bmatrix}$$



感想

- ・フラクタル図形を描くのは楽しかった。
- ・今回は **Mathematica** でフラクタル図形を描いたが、**Mathematica** でプログラムを書くというのをほとんどやったことが無かったので、その辺が少し難しかった。
- ・3次元フラクタル図形ももっと描いてみたかった。