平成21年度　自主課題研究
確率微分方程式を用いた為替の予測

情報システム工学科3年
038 中木戸 聖典
担当教員　藤崎 礼志

1. はじめに

この課題では、確率微分方程式を用いてドル対円の値動き（終値）を予測するようなシステムを作る。なお、プログラミング言語はjavaを用いた。

2. 概要

まず、確率微分方程式とは(1)式のような解が確率過程で得られる式である。

$$dX(t) = f(t, X)dt + g(t, X)dW(t) \tag{1}$$

ここで$X(t)$は解である。$f(t, X)$はドリフト項と呼ばれ、確定的な方向性を与えるパラメータである。$g(t, X)$は拡散項と呼ばれ、確率に支配される度合いを示す。なお、$W(t)$はウィーナー過程である。また、確率微分方程式を数値解析する際にオイラー・丸山近似を用いた。これは伊藤の公式を用いた近似手法であり、確率積分からオイラー・丸山近似の導出を行った。

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + f(t_i, X(t_i))dt + g(t_i, X(t_i))dW \tag{2}$$

(2)式が導出されたオイラー・丸山近似である。これを漸化的に解くことにより元の確率微分方程式の近似解が得られる。

$X(t_i)$をその時点での為替の値段、$X(t_{i+1})$を次の日の値段、fはその時点より5日前までの為替の値段から最小二乗法を用いて求めた傾き、gはヒストリカルボラティリティ（標準偏差）とした。また、dtは刻み幅である。dWはウィーナー過程の性質から正規分布$N(0; dt)$に従う確率変数であるので、合同法から得られる一様乱数からボックス・ミューラー法という方法を用いて標準正規乱数を作り、それにdtを乗じることで実現した。

図1　シミュレーション結果の一例

赤線が実際の値動きで、青線がシミュレーションで得られた解である。

3. 考察

見て分かるとおり、このままだとまったく使い物にならない。改善点としては、ドリフト項の導出法の変更、拡散項にインプライド・ボラティリティを用いる、オイラー・丸山法以外の数値解法の使用、合同法以外の一様乱数生成法の使用などが考えられる。