

ラチス形予測器で入力の直交化を行う適応フィルタの同期形学習 アルゴリズムの近似的補正法

Approximate Updating of Gradient-Adaptive Lattice Filter with A Synchronized Learning Algorithm

徳井 直樹¹中山 謙二²平野 晃宏²Naoki TOKUI¹Kenji NAKAYAMA²Akihiro HIRANO²¹ 石川工業高等専門学校¹ National Ishikawa College of Technology² 金沢大学工学部² Faculty of Engineering, Kanazawa University

tokui@ishikawa-nct.ac.jp

あらまし

ラチス形予測器で入力の直交化を行う適応フィルタでは、ラチス形予測器の反射係数が入力信号を直交化する方向に更新され、適応フィルタ係数は所望信号との誤差を小さくする方向に更新される。このラチス形予測器で入力の直交化を行う適応フィルタ全体の伝達関数は、反射係数と適応フィルタ係数から構成されているため、一方の更新が全体の伝達関数に影響する。我々は、反射係数の更新に対応して適応フィルタ係数を補正する同期形学習アルゴリズムを提案した。提案した同期形学習アルゴリズムは、反射係数更新の影響を完全に補正できるが、必要な計算量は、フィルタ長 M とラチス予測器の次数 L に対して $O(ML)$ となる。そこで本稿では、同期形学習アルゴリズムの近似的補正法によって計算量を軽減する方法を提案する。この近似的補正法は、補正に用いる反射係数 $\kappa(n)$ による行列 $K(n)$ の部分行列 $K_{U,U}(n)$ と単位行列 I を合成して、補正する適応フィルタ係数の範囲を限定する。補正範囲の限定により、補正に必要な計算量が削減できる。シミュレーションにより提案した近似的補正法の安定性と誤差の増加を確認した。

make the learning process unstable. This phenomenon was analyzed and the synchronized learning algorithm was proposed. The filter coefficients $\mathbf{w}(n)$ are compensated for as $\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \mathbf{K}(n+1)^{-1}\mathbf{K}(n)\mathbf{w}(n+1)$, where $\mathbf{K}(n)$ is a matrix composed of the reflection coefficients. $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ is used in evaluating the output error at the $(n+1)$ -th sample. This algorithm, however, requires $O(2ML)$ computations, where M is adaptive filter length and L is lattice predictor length. In this paper, an approximate update method is proposed. The matrix $\mathbf{K}(n)$ of the joint adaptive filter replace matrix composed by the partial matrix $\mathbf{K}_{U,U}(n)$ and unit matrix \mathbf{I} . The approximate update method compensate limited filter coefficients $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$. The method which we proposed reduces the computational load of the synchronized learning algorithm by this limited correction filter coefficients, however, error increases. Simulation results using white, colored, and speech signals show stable convergence by the approximate update method.

1 はじめに

適応フィルタに用いられる代表的なアルゴリズムに Normalized LMS(NLMS) などの勾配法がある。この NLMS は、計算量がフィルタ次数 M に対して $O(M)$ であることや、数値的安定性の点からよく用いられる。しかし、勾配法は入力信号の相関行列における固有値広がりの影響を受けやすく、有色入力に対して収束が遅くなる [1]。これに対して、巡回形最小 2 乗法 (RLS) は入力信号の種類に関わりなく高速な収束特性が得られる。

Abstract

A joint adaptive algorithm of orthogonalization and gradient method can improve convergence speed and residual error for colored signals. When a lattice predictor is used for the orthogonalization process, the reflection coefficients $\kappa(n)$ change sample by sample following the input signal. The fluctuation of $\kappa(n)$

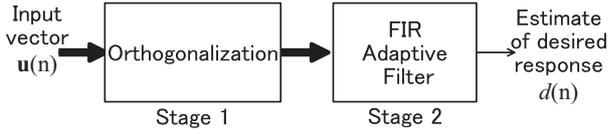


図 1: 入力信号の直交化を行う適応フィルタ

しかし, RLS の計算量は $O(M^2)$ となる. これらを改善する一つの方法として, 図 1 に示すような入力信号の直交化を行う適応フィルタがある [1]. この方法は, 入力信号を直交化することで白色化し, 適応フィルタに入力することで, 勾配法における入力信号の固有値広がりの影響を回避する.

この直交化には, 予測誤差フィルタ, 離散フーリエ変換, 離散コサイン変換などを用いた方法がある [1, 2, 3, 4, 5]. この中で, 直交化にラチス形予測誤差フィルタを用いる方法は, 入力信号の自己回帰 (AR) モデルを推定し, 白色化された予測誤差を適応フィルタの入力として用いることにより勾配法における収束特性を改善する [1, 2, 6]. しかし, ラチス形予測器の反射係数が入力信号に依存して更新されることで, 適応フィルタの係数更新に影響する.

我々は, ラチス形予測器の反射係数変動が適応フィルタ全体の伝達関数に影響を与えることについて理論的に解析し, それに基づいた反射係数とフィルタ係数の更新を整合させる同期形学習アルゴリズムを提案した [7, 8]. この同期形学習アルゴリズムは, 反射係数の変動による伝達関数の変動に与える影響を完全に補正可能である. しかし, 反射係数から構成される行列 $K(n)$ の計算と適応フィルタ係数補正に要する計算量はフィルタ長 M とラチス予測器の次数 L に対して $O(ML)$ となる.

本稿では, 最も処理量を要する同期形学習アルゴリズムの処理を軽減する近似的補正法を提案する. この近似的補正法は, 反射係数から構成される行列 $K(n)$ を分割することで適応フィルタ係数の補正範囲を限定して処理量を軽減することを目的とする. 白色, 有色, および音声を入力信号とした計算機シミュレーションを行う.

2 ラチス形予測器により直交化を行う適応フィルタの同期形学習アルゴリズム

2.1 ラチス形予測器の反射係数更新

図 2 に示す L 次のラチス形予測器による M 次の適応フィルタ [1, 8] のラチス形予測器 m 段目の予測誤差の更

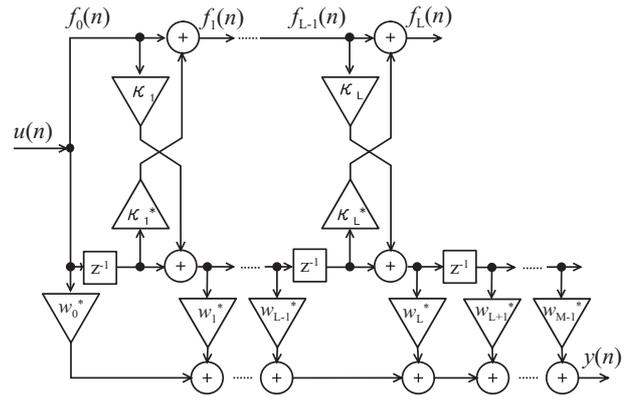


図 2: ラチス形予測器で直交化を行う適応フィルタ

新は,

$$f_m(n) = f_{m-1}(n) + \kappa_m^*(n)b_{m-1}(n-1) \quad (1)$$

$$b_m(n) = b_{m-1}(n-1) + \kappa_m(n)f_{m-1}(n) \quad (2)$$

$$f_0(n) = b_0(n) = u(n) \quad (3)$$

である. ここで, $m = 1, \dots, L$ で, $*$ は複素共役である. m 段目の反射係数 κ_m は, 前段の前向き及び後向き予測誤差 $f_{m-1}(n)$, $b_{m-1}(n-1)$ から, 忘却係数 ($0 < \gamma < 1$) を用いたリーク積分を用いて次のように求まる.

$$\kappa_{N,m}(n) = \gamma \kappa_{N,m}(n-1) + b_{m-1}(n-1)f_{m-1}^*(n) \quad (4)$$

$$\kappa_{D,m}(n) = \gamma \kappa_{D,m}(n-1) + (|f_{m-1}(n)|^2 + |b_{m-1}(n-1)|^2) \quad (5)$$

$$\kappa_m(n) = -2 \frac{\kappa_{N,m}(n)}{\kappa_{D,m}(n)} \quad (6)$$

ラチス形予測器は前向き及び後向き予測誤差 $f_m(n)$, $b_m(n)$ を出力する. 入力信号に対する予測次数 L , すなわちラチス形予測器の段数が十分であれば予測誤差は白色化される.

2.2 適応フィルタ係数更新

出力 $y(n)$ は, 後向き予測誤差 $b(n)$ と, フィルタ係数 $w(n)$ を畳み込んで得られる.

$$\mathbf{b}(n) = [b_0(n), \dots, b_{M-1}(n)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), \dots, w_{M-1}(n)]^T \quad (8)$$

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n)\mathbf{b}(n) \quad (9)$$

ここで, T は行列及びベクトルの転置を, H はエルミート変換を表す.

適応フィルタの係数 $w(n)$ の更新には正規化 LMS アルゴリズムを用いる. 正規化は適応フィルタの各タップ入力である後向き予測誤差 $b(n)$ の自乗和により行う. 未

知システムの出力 $d(n)$ と適応フィルタの出力 $y(n)$ より誤差 $e(n)$ が得られて、適応フィルタ係数の更新が行われる。

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (10)$$

$$w(n+1) = w(n) + \frac{\alpha}{\|b(n)\|^2 + \delta} b(n)e(n) \quad (11)$$

ここで、正の定数 ($0 < \delta \ll 1$) を用いる。

2.3 反射係数 κ を含む伝達関数の表現 [8]

図2のフィルタ出力信号 $y(n)$ は、式(9)より、

$$y(n) = w_0^*(n)b_0(n) + w_1^*(n)b_1(n) + \dots + w_{M-1}^*(n)b_{M-1}(n) \quad (12)$$

である。ここで、後向き予測誤差 $b(n)$ は、入力信号

$$u(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T \quad (13)$$

と反射係数で構成されるため、

$$b(n) = K^H(n)u(n) \quad (14)$$

と表される。ここで、同様に前向き予測誤差 $f(n)$

$$f(n) = J^H(n)u(n) \quad (15)$$

より、行列 $J(n)$ と行列 $K(n)$ の要素は次式で求めることができる [8]。

$$J_{l,m}(n) = J_{l,m-1}(n) + \kappa_m^*(n)K_{l-1,m-1}(n-1) \quad (16)$$

$$K_{l,m}(n) = \kappa_m(n)J_{l,m-1}(n) + K_{l-1,m-1}(n-1) \quad (17)$$

これより、行列 $K(n)$ は対角要素が1の上三角行列の帯行列であり、非対角要素は反射係数で構成される。また、第 $L+2$ 列目から第 M 列目の要素は、それぞれ前行前列の要素を1サンプル遅延したものである。

$K(n) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & K_{0,1}(n) & \dots & K_{0,L}(n) & 0 & \dots \\ 0 & 1 & \dots & \vdots & K_{0,L}(n-1) & \dots \\ \vdots & 0 & \dots & K_{L-1,L}(n) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & K_{L-1,L}(n-1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(9)と式(14)より出力信号 $y(n)$ は、

$$y(n) = w^H(n)K^H(n)u(n) \quad (19)$$

と表される。ここで、 $w^H(n)K^H(n)$ はラチス形予測器で直交化を行う適応フィルタのインパルス応答、すなわち伝達特性に相当する。

2.4 同期形学習アルゴリズム [7, 8]

我々が提案した“同期形学習アルゴリズム”は、反射係数の更新によって変化する適応フィルタのインパルス応答をフィルタ係数の補正により整合させる方法である。

$K(n)$ を用いて更新された $w(n+1)$ と $K(n)$ を用いて適応フィルタの出力と誤差を表現する。

$$\tilde{y}(n+1) = w^H(n+1)K^H(n)u(n+1) \quad (20)$$

$$\tilde{e}(n+1) = d(n+1) - \tilde{y}(n+1) \quad (21)$$

$\tilde{e}(n+1)$ は勾配法によって $e(n+1)$ より減少する。しかし、 $n+1$ サンプル時には $K(n)$ は既に $K(n+1)$ に更新されており、式(20)を直接計算することはできない。そこで、 $w(n+1)$ を補正して式(20)と等価な出力を得ることにする。補正したフィルタ係数を $\hat{w}(n+1)$ とし、次式で与えられる出力 $\hat{y}(n+1)$ と式(20)の $\tilde{y}(n+1)$ を等しいと置く。

$$\hat{y}(n+1) = \hat{w}^H(n+1)K^H(n+1)u(n+1) \quad (22)$$

これより次の関係を得る。

$$K(n+1)\hat{w}(n+1) = K(n)w(n+1) \quad (23)$$

$$\hat{w}(n+1) = K(n+1)^{-1}K(n)w(n+1) \quad (24)$$

$n+1$ サンプル時において、 $w(n+1)$ の代わりに $\hat{w}(n+1)$ を用いることにより反射係数変動の影響をなくすることができる。

これらの関係は図3に示すように、反射係数の更新により変動した位置を元に戻すようにフィルタ係数を補正し、次のサンプルで誤差が減少する方向にフィルタ係数を更新する。この同期形学習アルゴリズムの係数更新手順を図4に示す。

2.5 計算量の比較

1 サンプルの時間内でフィルタ係数の更新とフィルタ処理に必要な計算量の比較を表1に示す。表1の同期法は、同期形学習アルゴリズムによるラチス形予測器によって直交化を行い適応フィルタである。この同期形学習アルゴリズムに必要な計算量は、 $2ML$ である。

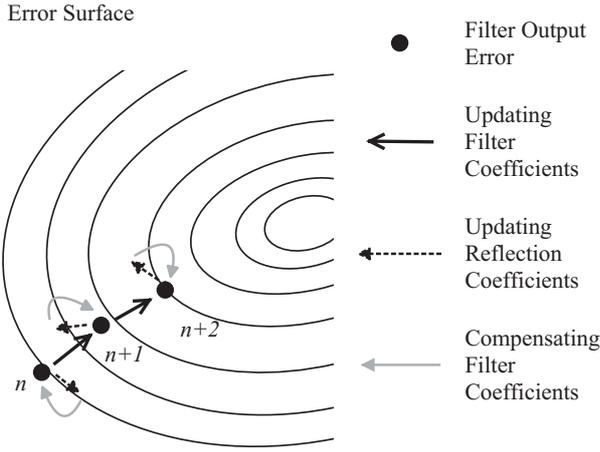


図 3: 同期形学習アルゴリズムと誤差曲面

表 1: 同期形学習アルゴリズムの計算量

	乗算	加算
同期法	$2ML + 3M + 9L + 2$	$2ML + 3M + 5L$
NLMS	$3M + 2$	$3M$
RLS	$3M^2 + 4M$	$2M^2 + 3M$

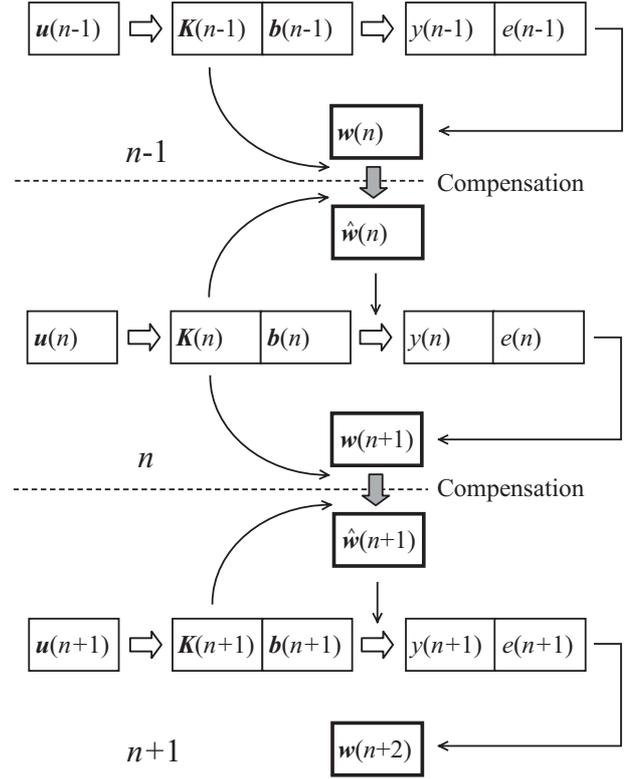


図 4: 同期形学習アルゴリズムと誤差更新手順

3 近似的補正法による同期形学習アルゴリズム

ラチス形予測器により直交化を行う適応フィルタの同期形学習アルゴリズムでは、反射係数により構成される行列 $K(n)$ と補正適応フィルタ係数 $\hat{w}(n)$ の計算が毎サンプル必要となる [7, 8]. 予測器次数 L とフィルタ次数 M の場合、計算量は $O(ML)$ であるため $L \ll M$ の場合、RLS に比べて計算量が大幅に削減できる。しかし、NLMS に比べて計算量が多い。そこで、本稿では適応フィルタ係数の近似的補正法によって演算量を軽減する方法を提案する。

式 (18) の行列 $K(n)$ は、第 1 行 2 列から第 L 行 $L+1$ 列の要素は、反射係数が更新によって、毎サンプル計算される。反射係数は入力信号の AR モデルを推定するために更新されているため、行列 $K(n)$ の要素がサンプル毎に変化量は予測できない。しかし、行列 $K(n)$ の第 $L+2$ 列目から第 M 列目の要素はそれぞれ前行前列の要素を 1 サンプル遅延したものに等しい。そのため、1 サンプル後に与えられる要素の値は既知である。

そこで、この毎サンプル更新される第 1 行 2 列から第 L 行 $L+1$ 列の要素を含む、 U 行 U 列の部分行列を用いて、適応フィルタ係数の補正を近似する。式 (18) の

行列 $K(n)$ の U 行 U 列の部分行列は、

$$K_{UU}(n) = \begin{bmatrix} 1 & K_{0,1}(n) & \cdots & K_{0,L}(n) & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & K_{L-1,L}(n) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \cdots & K_{0,L}(n-U_L) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

である。ここで、 $U_L = U - L + 1$ である。ただし、 $L \leq U \leq M$ で、 U は補正を行う範囲を示す。この部分行列 $K_{UU}(n)$ を用いて、式 (18) の行列 $K(n)$ を次式の行列 $\tilde{K}(n)$ で近似する。

$$\tilde{K}(n) = \left[\begin{array}{c|c} K_{UU}(n) & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & I \end{array} \right] \quad (26)$$

ここで、 I は単位行列で、 $M - U$ 行 $M - U$ 列である。

表 2: 近似的補正法の計算量

	近似的補正法	同期形学習法
乗算	$2UL + 3M + 9L + 2$	$2ML + 3M + 9L + 2$
加算	$2UL + 3M + 5L$	$2ML + 3M + 5L$

この $\tilde{\mathbf{K}}(n)$ を用いて, 式 (23) の補正を行うと,

$$\tilde{\mathbf{K}}(n+1) \begin{bmatrix} \hat{w}_0(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{U-2}(n+1) \\ \hat{w}_{U-1}(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{M-1}(n+1) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{K}}(n) \mathbf{w}(n+1) \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_0(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{U-2}(n+1) \\ \hat{w}_{U-1}(n+1) \\ \vdots \\ \hat{w}_{M-1}(n+1) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{K}}(n+1)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}(n) \mathbf{w}(n+1) \quad (28)$$

となる. これによって, 同期形学習アルゴリズムで補正される適応フィルタ係数は, $\hat{w}_0(n+1)$ から $\hat{w}_{U-1}(n+1)$ までの $U-1$ 行となる. 式 (25) の部分行列 $\mathbf{K}_{U,U}(n)$ は, U 行 U 列であるので, 同期形学習アルゴリズムで補正される適応フィルタの範囲も U 行であるが, 第 U 行 U 列目の要素が 1 であるため補正されない.

このように, 同期形学習アルゴリズムの近似的補正法によって, 適応フィルタ係数に補正される部分と補正されない部分ができる. 5 節の計算機シミュレーションでは, 補正を行う範囲 U の大きさと誤差の関係を示す.

4 計算量の比較

1 サンプルの時間内で適応フィルタ係数の更新とフィルタ処理に必要な計算量を比較する. 提案した近似的補正法による同期形学習アルゴリズムは, 補正を行う範囲 U の大きさによって, 計算量が変動する. 補正を行う範囲 U はフィルタ長 M 以下であるため, 近似的補正法を用いない方法より計算量は軽減できる. これらの計算量を表 2 に示す.

5 シミュレーション

入力信号には, 白色信号, 2 次 AR モデルによる有色信号, および, 図 5 に示す日本音響学会編集の研究用連

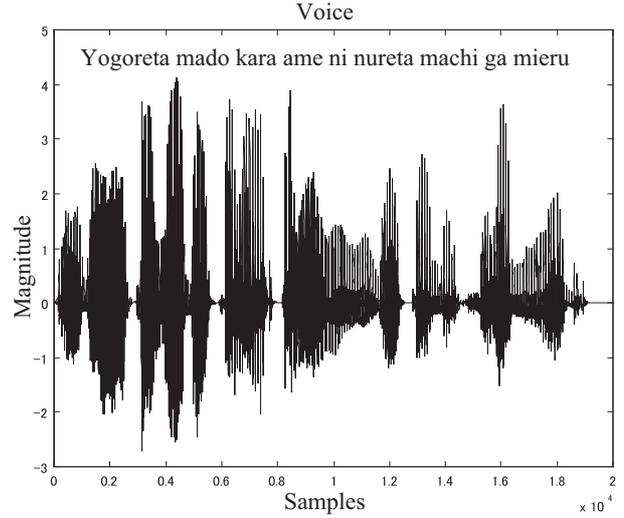


図 5: 音声信号

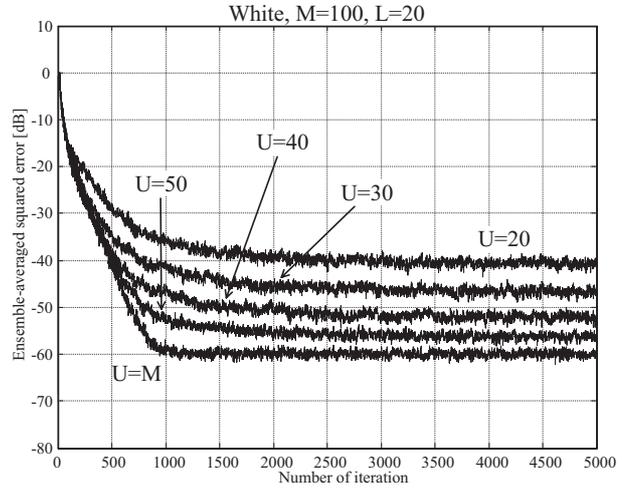


図 6: 近似的補正法の白色入力に対する収束特性

続音声データベースから作成した音声信号を用いた. 20 次 IIR-FIR による未知システムを 100 次適応フィルタを用いて推定した. ラチス形予測器は 20 次である. 入力が白色信号と有色信号については 100 回の試行における誤差の自乗平均の収束特性を図 6 と図 7 に示す. 音声信号については図 8 に示す. それぞれの誤差評価は未知システムのインパルス応答の自乗平均で正規化し dB 表示している. 近似的補正法による補正を行う範囲 U のパラメータは白色信号と有色信号は, $U = 20, U = 30, U = 40$ と $U = 50$ で, 音声信号の場合は $U = 20$ と $U = 50$ とした.

“ $U = M$ ” で示した全てのフィルタ係数を補正する同期形学習アルゴリズムの特性に比べ, 提案した近似的補正法では, 補正を行う範囲 U が小さくなるほど収束速度が遅くなり, 収束後の誤差が増加する. これは近似的補正法によって, 補正されない適応フィルタ係数が増えるためである.

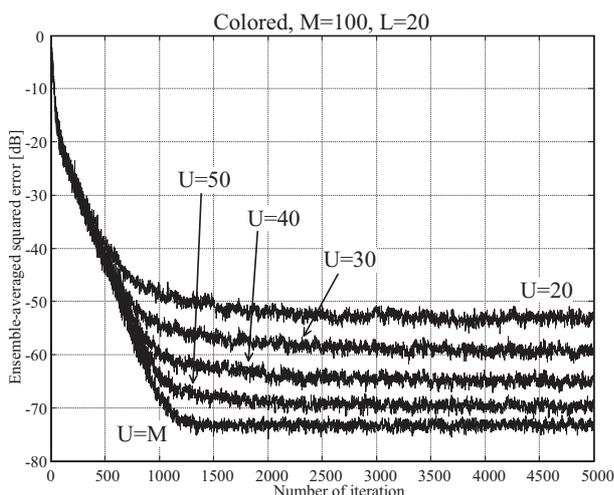


図 7: 近似的補正法の有色入力に対する収束特性

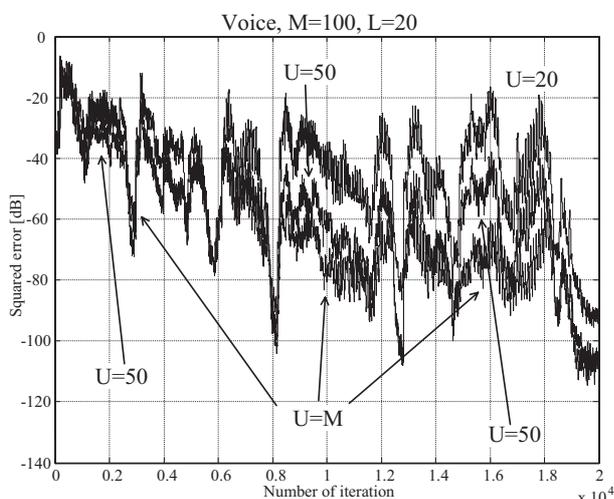


図 8: 近似的補正法の音声入力に対する収束特性

白色信号と有色信号では補正を行う範囲 $U = 50$ と $U = 40$ の場合、誤差の増加量が約 10dB 以下である。音声信号の場合、補正を行う範囲 $U = 50$ で誤差量が最大で約 20dB 増加するが、収束後の誤差量は -40dB 以下になっている。しかし、補正を行う範囲 $U = 30$ 以下では、誤差の増加量や収束速度の劣化が目立つ。

これらより、補正を行う範囲 U がフィルタ長 M の半分程度であれば、誤差量の増加と収束速度の劣化を押さえることができる。

6 まとめ

本稿では、ラチス形予測器で入力の直交化を行う適応フィルタの同期形学習アルゴリズムにおいて、計算量の削減方法として近似的補正法を提案した。近似的補正法は、反射係数により構成される行列 $K(n)$ の部分行列と単位行列を合成して、補正する適応フィルタ係数を制限

することで、補正適応フィルタ係数の計算に必要な演算量を軽減した。補正する適応フィルタ係数を制限し、補正しない適応フィルタ係数を用いることで、同期形学習アルゴリズムの利点が制限されるが、付加雑音が存在する環境では、この近似的補正法による誤差量の増加が顕在化しない。白色信号、有色信号、および、音声信号を入力として未知システムを推定するシミュレーションを行い、推定誤差と安定性を近似的補正法の補正を行う範囲 U による比較を行った。近似的補正法の補正を行う範囲 U が小さくなるほど、収束速度の劣化や、誤差量が増加するが、補正を行う範囲 U がフィルタ長 M の半分程度では、本方法が有効であることを確認した。

参考文献

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 2002.
- [2] B. Friedlander, "Lattice Filters for Adaptive Processing," *Proc. IEEE*, Vol. 70, No. 8, pp.829-867, August, 1982.
- [3] J.H. Yoo, S.H. Cho and D.H. Youn, "A Lattice/Transversal Joint(LTJ) Structure for an Acoustic Echo Canceller," 1995 ISCAS, Vol. 2, pp.1090-1093, 1995.
- [4] J.J. Shynk, "Frequency-Domain and Multirate Adaptive Filtering," *IEEE SP Magazine*, pp.14-37, Jan., 1992.
- [5] F. Beaufays, "Transform-Domain Adaptive Filters: an Analytical Approach," *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 43, No. 2, pp.422-431, Feb., 1995.
- [6] S.H. Leung and C.C. Chu, "Adaptive LMS Filter with Lattice Prefilter," *Electron. Lett.*, Vol. 33, Iss. 1, pp.34-35, Jan., 1997.
- [7] N. Tokui, K. Nakayama and A. Hirano, "A Synchronized Learning Algorithm for Reflection Coefficients and Tap Weights in A Joint Lattice Predictor and Transversal Filter," 2001 IEEE ICASSP, vol.6, pp.3741-3744 May, 2001.
- [8] 徳井 直樹 中山 謙二 平野 晃宏, "格子形予測器と FIR フィルタによる 2 ステージ適応フィルタの収束性解析と同期形学習アルゴリズム," 信学論 (A), (2002 年 11 月掲載予定)