

非零対角成分をもつ相互結合形ニューラルネットワークの収束性の解析

富川 義弘^{†*} 中山 謙二^{††}

Convergence Analysis of Recurrent Neural Network with Nonzero Diagonal Elements

Yoshihiro TOMIKAWA^{†*} and Kenji NAKAYAMA^{††}

あらまし 結合行列に非零対角成分を許容し、対角項操作を行った相互結合形ニューラルネットワーク (RNN) は、従来の零化対角項のモデルよりも少ない探索回数で、組合せ最適化問題の最適解を検出できる。しかし、対角項操作によって最適解の収束確率が向上する理由については、十分な解析はなされていない。本論文では、対角項操作と最適解の収束確率との関係について、引込み領域と安定性の二つの観点から理論的に解析する。解析手法としては、固有値解析と頂点安定性解析を利用する。固有値解析では、固有超平面の移動に着目する。また、頂点安定性の解析では、安定性を定量的に示す指標として、頂点安定率を導出する。これらの解析から、対角項操作によって、固有超平面が中点 (状態空間中心) の上りエネルギーこう配側に移動し、下りこう配側に存在する頂点への引込み領域が拡大すること、また、頂点安定率の単調減少性によって、全頂点が安定状態から不安定状態へ不連続的に移行することがわかった。この結果、対角項操作による最適解への収束確率の増大が、非最適な頂点の引込み領域の減少と安定性の喪失に起因することが明らかになった。しかし、最終的に引込み領域を最大にする頂点が、必ずしも最適解と一致しないこと、また、対角項の上昇により“最後まで安定な頂点”である最安定解が、必ずしも最適解には一致しないことも判明した。これらの解析結果は、5都市の巡回セールスマン問題の計算機シミュレーションにより検証された。

キーワード 相互結合形ニューラルネット、組合せ最適化問題、固有値解析、安定性解析、ダイナミックス

1. まえがき

巡回セールスマン問題 (TSP) やナップザック問題等の組合せ最適化問題の解法に、相互結合形ニューラルネットワーク (RNN) を利用できる [1]~[9]。RNN は、固有の状態変化によって、エネルギー関数の2値状態での極小状態を検出する。ホップフィールドら [1] は、巡回セールスマン問題において、RNN が、最適解 (2値のコスト最小解) の検出に利用できることを示した。更に、Gee ら [2] は、不等号条件を含むような最適化問題に対しても RNN が利用できることを提案した。

しかし、RNN には、複数の極小状態が存在し、ネットワークの初期値によって、異なる状態に収束する。

従って、最適化問題の解法における RNN の信頼性は、与える初期値の分布に対する最適解への収束確率として評価することができる。

最適解への収束確率を向上する方法として、初期値分布を操作する方法 [6]、結合行列の対角項操作による方法 [3], [7]、制約条件の重みを調整する方法 [9] 等が提案されている。しかし、収束確率とこれらの提案手法の関係に関しては、いまだ明確化されておらず、一般的な最適化問題への適用に関しては、問題が残されている。

本論文では、固有値解析と頂点安定性の二つの観点から、RNN の対角項操作と収束性を解析する。固有値解析では、Aiyer ら [8] の議論をしきい値成分をもつ RNN に拡張し、固有超平面の概念を導入する。更に、対角項による固有超平面の移動を評価することにより、引込み特性の変化を考察する。

頂点安定性の解析では、安定条件を近似的に評価す

[†] 金沢大学大学院自然科学研究科, 金沢市

^{††} 金沢大学工学部電気・情報工学科, 金沢市

Kanazawa Univ., 2-40-20 Kodatsuno, Kanazawa-shi, 920 Japan

* 現在, YKK 株式会社研究開発本部

る指標として、頂点安定率を導入する。頂点安定率は、頂点の安定性を一つの指標で評価できる。この頂点安定率を用いて、対角項操作による頂点の安定性と最適解との関係を議論する。

これらの議論は、巡回セールスマン問題のシミュレーションにより確認される。

2. 対角項操作と連続時間 RNN モデル

2.1 エネルギー関数と対角項操作

本論文では、次式で与えられるエネルギー関数をもつ相互結合形ネットワーク (RNN) を考える。

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^t \mathbf{W}_0 \mathbf{x} + \theta_0^t \mathbf{x} + a \sum x_i(x_i - 1) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{x} は、ニューロンの状態ベクトルであり、添字 t は、ベクトルおよび行列の転値を表す。 \mathbf{W}_0 は、初期結合行列で対称な実数行列とする。 θ_0 は、初期しきい値ベクトルである。

$a \sum x_i(x_i - 1)$ は、変数 \mathbf{x} の 2 値状態 (0, 1) でのエネルギー値を変化させずに、エネルギー関数の関数形を変化させるための項である。この項は、単位行列 \mathbf{I} とすべての要素が 1 であるベクトル \mathbf{i} を用いて、次式のような結合行列 \mathbf{W} としきい値ベクトル θ を作成することで、RNN に取り入れられる。

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + 2a\mathbf{I} \quad (2)$$

$$\theta = \theta_0 - a\mathbf{i} \quad (3)$$

これらの結合行列 \mathbf{W} としきい値 θ を用いて、式 (1) は、次式のように置き換えられる。

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^t \mathbf{W} \mathbf{x} + \theta^t \mathbf{x} \quad (4)$$

式 (2) から、変数 a が行列の対角項だけを変化させることがわかる。そこで、式 (2) と式 (3) の両方の処理において、変数 a を徐々に増加させる操作を対角項操作と呼ぶことにする。

本論文は、式 (4) のエネルギー関数に基づいて議論する。これは、Aiyer ら [8] のエネルギー関数とは、符号が逆転している。従って、Aiyer らとは表現的に異なる部分があるが、本質的に異なるものではない。

2.2 RNN の状態変化

本論文では、次式の連続時間の RNN モデルを考える。

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{u}) \quad (5)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\eta \{ \mathbf{W} \mathbf{x} + \theta \} \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{u} は、ニューロンのポテンシャルを表す変数ベクトルである。関数 $f(\mathbf{u})$ は、状態変数ベクトル \mathbf{x} を 0 または 1 で飽和させるための飽和関数で、通常、シグモイド関数を使用する。 η は正值をとる時定数である。

RNN のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{x})$ は、式 (4) を状態 \mathbf{x} で微分することにより、次式のように求められる。

$$\dot{E}(\mathbf{x}) = \frac{dE(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{W} \mathbf{x} + \theta \quad (7)$$

表記の簡略化のため、エネルギーこう配に関しては、式 (7) のようなドット付きの文字で表すことにする。式 (5)、(6) の状態変化は、式 (4) のエネルギー関数の最急こう配方向に内部ポテンシャルを変化させることを表している。

式 (5) の時間微分をとれば、状態変数 x_i のみの状態変化を、式 (7) のエネルギーこう配を用いて、次式のように定義できる。

$$\left[\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right]_i = \frac{df}{du_i} \frac{du_i}{dt} = -\eta x_i(1 - x_i) \left[\frac{dE(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \right]_i \quad (8)$$

ここで、 $[v]_i$ は、ベクトル \mathbf{v} の i 番目の成分を表す。この状態変化は、最急降下法の変化成分に、 $x_i(1 - x_i)$ の項による飽和特性を与えたものとみなすことができる。この状態変化は、式 (4) のエネルギー関数を単調に減少させる。

2.3 状態空間と収束確率

RNN の状態ベクトル \mathbf{x} は、任意に与えられた初期状態から、状態変化の起こらなくなる漸近安定点まで移動する。エネルギー関数を最小化する最適解が、RNN の漸近安定点である可能性は高いが、どの初期値がどの漸近安定点に収束するかは引込み領域の問題であり、一般にその同定は難しい。従って、最適化問題における RNN の信頼性は、初期値の分布に対する最適解への収束確率として定義できる。

RNN の状態空間を $R = \{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in [0, 1]^n\}$ とし、初期値の分布を $S(C R)$ 、特定の漸近安定点 \mathbf{c} への引込み領域を $A(\mathbf{c})(C R)$ とすれば、その漸近安定点への収束確率 $p(\mathbf{c})$ は次式で定義される。

$$p(\mathbf{c}) = \frac{A(\mathbf{c})}{S} \quad (9)$$

漸近安定点 \mathbf{c} を最適解と考えれば、この式は、最適解への収束確率を表すことになる。

最適解への収束確率を高めるために、初期値の分布 S を制御する方法 [6] も提案されているが、本論文で

は、対角項操作の変化による影響を考察するために、初期値分布 S は、RNN の状態空間 R に等しいと考える。また、シミュレーションでは、初期値を $[0, 1]^n$ の一様乱数で発生させ、特定の解への収束比率を収束確率として評価した。

2.4 状態空間の中心

本論文では、ネットワークの状態空間の中心 ($\mathbf{o} = \frac{1}{2}\mathbf{i}$) からの相対情報に基づいて議論を進める。この状態空間の中心 \mathbf{o} を単に中点と呼ぶことにする。

中点におけるエネルギーこう配に関して、以下の定理が成り立つ。

[定理 1] 中点のエネルギーこう配は、対角項操作によって、不変である。

(証明) 式 (7) に中点座標 $\mathbf{o} = \frac{1}{2}\mathbf{i}$ を代入し、式 (2) と式 (3) を用いて展開する。

$$\begin{aligned} \dot{E}(\mathbf{o}) &= (\mathbf{W}_0 + 2a\mathbf{I}) \left(\frac{1}{2}\mathbf{i} \right) + (\theta - a\mathbf{i}) \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{W}_0\mathbf{i} + \theta_0 \end{aligned} \quad (10)$$

この結果、中点のエネルギーこう配には、対角成分 a は影響しないことがわかる。 (証明終)

3. 固有値解析と固有超平面の移動

Aiyer ら [8] は、RNN のエネルギー関数を固有ベクトル分解することにより、大域的な状態変化を線形的に解析できることを示した。また、Gee ら [2] は、同様な解析から、RNN の状態変化が、最大固有値 (本論文のモデルでは、負の最大固有値に相当) に対応する固有ベクトルの方向に支配されることを示している。

この章で、Aiyer ら [8] の議論をしきい値成分を含む RNN に拡張し、固有超平面の概念を導出する。また、対角項操作による固有超平面の移動を評価することにより、RNN の引込み領域の変化を考察する。

3.1 エネルギー関数の固有ベクトル分解

結合行列 \mathbf{W} が、固有値 λ_i と互いに正規直交する固有ベクトル ϕ_i , ($i = 1 \sim N$) をもつとする。このとき、任意の状態ベクトル \mathbf{x} は、固有ベクトル ϕ_i の 1 次結合で展開できる。

$$\mathbf{x} = \sum_i q_i \phi_i \quad (11)$$

ここで、 q_i はネットワークの状態変化により変化する変数である。この式 (11) を式 (4) に代入することにより、エネルギー関数を固有値と固有ベクトルを用いて

表現することができる。

$$\begin{aligned} E(\mathbf{x}) &= \tilde{E}(\mathbf{q}) \\ &= \frac{1}{2} \sum_i \lambda_i \left(q_i + \frac{\theta^t \phi_i}{\lambda_i} \right)^2 + \text{Const.} \\ \mathbf{q} &= (q_1, q_2, \dots, q_N)^t \end{aligned} \quad (12)$$

更に、変数 q_i は、固有ベクトル ϕ_i と状態ベクトル \mathbf{x} の内積、 $q_i = \mathbf{x}^t \phi_i$ で表現できることから、式 (12) の括弧内の項が、状態ベクトル \mathbf{x} の 1 次式となっていることがわかる。

そこで、固有ベクトル ϕ_i を用いて、固有値 λ_i に対応した固有超平面 Ω_i と、その固有超平面と状態ベクトル \mathbf{x} の距離 $d_i(\mathbf{x})$ を次のように定義する。

$$\text{固有超平面 } \Omega_i : \Omega_i = \left\{ \mathbf{x} | \mathbf{x}^t \phi_i + \frac{\theta^t \phi_i}{\lambda_i} = 0 \right\} \quad (13)$$

$$\text{距離 } d_i(\mathbf{x}) : d_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^t \phi_i + \frac{\theta^t \phi_i}{\lambda_i} \quad (14)$$

距離 $d_i(\mathbf{x})$ の定義は、固有ベクトル ϕ_i が、正規直交系 ($\|\phi_i\| = 1$) であることを利用している。また、面からの方向性を示すために、絶対値は使用しない。

この距離関数 $d_i(\mathbf{x})$ を用いれば、式 (12) のエネルギー関数は、次式のように表すことができる。

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_i \lambda_i d_i^2(\mathbf{x}) + \text{Const.} \quad (15)$$

式 (8) から非線形成分 $x_i(1-x_i)$ を取り除いた、最急降下法による状態変化に関しては以下の定理が証明できる。

[定理 2] 最急降下法による状態変化により、ネットワークは、負の固有値に対応する固有超平面からは離れるように、正の固有値に対応する固有超平面には近づくように状態を変える。

(証明) 最急降下法に基づく状態変化量が、次式で与えられるものとする。

$$\Delta \mathbf{x} = -\eta \frac{dE(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = -\eta(\mathbf{W}\mathbf{x} + \theta) \quad (16)$$

この状態変化による固有超平面からの 2 乗距離 $d_i^2(\mathbf{x})$ の変化量は、次式のように算出できる。

$$\begin{aligned} \Delta d_i^2(\mathbf{x}) &= 2 \sum_j d_i(\mathbf{x}) \frac{\partial d_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \Delta x_j \\ &= -2\eta d_i(\mathbf{x}) \phi_i^t (\mathbf{W}\mathbf{x} + \theta) \\ &= -2\eta d_i(\mathbf{x}) (\lambda_i \phi_i^t \mathbf{x} + \phi_i^t \theta) \\ &= -2\eta \lambda_i d_i^2(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (17)$$

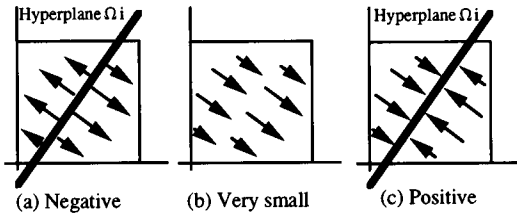


図1 固有値による状態変化の違い
Fig.1 Typical state changes by eigenvalues.

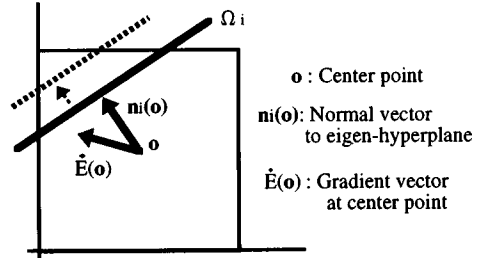


図2 状態空間中心から超平面への法線ベクトル
Fig.2 Normal vector from a center point to a eigen-hyperplane.

この結果、固有値 λ_i が負のとき、2乗距離 $d_i^2(\mathbf{x})$ の変化量は、正になり、固有値 λ_i が正のとき、その変化量が負になることがわかる。この関係から定理2が成り立つことが証明される。(証明終)

図1は、定理2を2次元空間上で示したものである。この図から、負の固有値に対応する固有超平面が、RNNのエネルギー曲面のりょう線、正の固有値に対応する固有超平面が谷に相当していることがわかる。また、固有値の絶対値が小さい場合、図1(b)のように、固有超平面は状態空間の外に位置することになり、空間内部で状態が単調に変化することになる。

エネルギー曲面のりょう線をまたいだ二つの状態は、異なる方向に変化し、異なる状態に収束する。固有値に対応した複数の固有超平面が、状態空間を分割すると思えば、結合行列に負の固有値が多いほど、初期値の違いによって異なる収束状態をとりやすくなることは、容易に推定できる。

実際のRNNの引込み領域の境界面は、式(8)の状態変化に含まれる非線形成分のため、必ずしも超平面とは一致しない。しかし、引込み境界面の形態が多少変形しても、固有値解析によって議論される固有超平面の定性的挙動は保持されるものと考えられ、対角項操作による引込み領域の変化を、固有超平面の変化から議論することは可能である。

3.2 対角項による固有値の変化

固有超平面への対角項の影響を評価するために、まず、対角項による結合行列 \mathbf{W} の固有値の変化に関して考察する。対角項と固有値の間には、以下の定理が成立する。

[定理3] 結合行列の対角成分を均等に増加させることにより、結合行列の固有ベクトルは不変であり、すべての固有値は単調に増加する。

(証明) 初期結合行列 \mathbf{W}_0 の固有値を λ_i 、固有ベクトル ϕ_i とする。式(2)に、この固有ベクトルをかける

と次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{W}\phi_i &= (\mathbf{W}_0 + 2a\mathbf{I})\phi_i \\ &= \lambda_i\phi_i + 2a\phi_i = (\lambda_i + 2a)\phi_i \end{aligned} \quad (18)$$

この式より、対角項の変化により、固有ベクトル ϕ_0 が変化しないこと、対角項の増分と固有値の増分が一致することが証明される。(証明終)

3.3 対角項操作による固有超平面の移動

対角項操作による引込み領域の変化を考察するために、固有超平面の移動を評価する。このために、図2に示すように、中点 \mathbf{o} から固有超平面 Ω_i に下ろした法線ベクトル $\mathbf{n}_i(\mathbf{o})$ に着目する。

固有超平面 Ω_i は、固有値 λ_i に対応する。法線ベクトル $\mathbf{n}_i(\mathbf{o})$ は、固有ベクトル ϕ_i と、中点 \mathbf{o} と固有超平面 Ω_i との距離 $d_i(\mathbf{o})$ を用いて、次式で与えられる。

$$\mathbf{n}_i(\mathbf{o}) = -d_i(\mathbf{o})\phi_i \quad (19)$$

ここで、 $d_i(\mathbf{o})$ は、式(14)の距離関数に中点座標 \mathbf{o} を代入したものである。固有ベクトル ϕ_i は、 $\mathbf{W}\phi_i = \lambda_i\phi_i$ の関係をもつので、距離 $d_i(\mathbf{o})$ は、中点エネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{o})$ と固有ベクトル ϕ_i との内積に置き換えることができる。

$$\begin{aligned} d_i(\mathbf{o}) &= \frac{\lambda_i\phi_i^t\mathbf{o} + \theta^t\phi_i}{\lambda_i} \\ &= \frac{(\mathbf{W}\mathbf{o} + \theta)^t\phi_i}{\lambda_i} = \frac{\dot{E}^t(\mathbf{o})\phi_i}{\lambda_i} \end{aligned} \quad (20)$$

固有超平面と中点との位置関係を調べるために、法線ベクトル $\mathbf{n}_i(\mathbf{o})$ と、中点エネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{o})$ の内積を評価する。この内積は、式(20)と式(19)から、次式のようになる。

$$\dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{n}_i(\mathbf{o}) = -\frac{\{\dot{E}^t(\mathbf{o})\phi_i\}^2}{\lambda_i} \quad (21)$$

議論の都合上、着目点を中点 \mathbf{o} に限定しているが、式 (19)～式 (21) の導出は、中点 \mathbf{o} には、限定されない。従って、式 (21) は、任意の座標 \mathbf{x} に対しても成り立つ。

$$\dot{E}^t(\mathbf{x})\mathbf{n}_i(\mathbf{x}) = -\frac{\{\dot{E}^t(\mathbf{x})\phi_i\}^2}{\lambda_i} \quad (22)$$

固有超平面と任意の点の位置関係を、その点のエネルギー曲面のこう配に従って、上りこう配側と下りこう配側に二分したとすれば、式 (22) より、以下の定理が導き出せる。

[定理 4] 負の固有値に対応する固有超平面は、任意の点のエネルギー曲面の上りこう配側に存在し、正の固有値に対応する固有超平面は、下りこう配側に位置する。

(証明) 式 (22) より、固有値 λ_i の値に対して、内積 $\dot{E}^t(\mathbf{x})\mathbf{n}_i(\mathbf{x})$ の値は、次式のようになる。

$$\dot{E}^t(\mathbf{x})\mathbf{n}_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} > 0 & (\lambda_i < 0) \\ < 0 & (\lambda_i > 0) \end{cases} \quad (23)$$

エネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{x})$ は、エネルギー曲面の上り側の最急こう配方向を指している。そのエネルギーこう配と方向を示すベクトルの内積が、正であることは、その方向で、エネルギーが上昇していること、負であることは、下降していることを意味している。

従って、固有値が正のとき、固有超平面は、点 \mathbf{x} のエネルギー曲面の下りこう配側に、固有値が負のときは、上りこう配側に存在することが証明される。

(証明終)

更に、中点 \mathbf{o} に関しては、対角項操作による固有超平面までの距離の変化に関する以下の定理が成立する。

[定理 5] 対角項操作による中点から固有超平面までの距離の変化に関して、固有値と距離の間には、反比例関係が成り立つ。

(証明) 式 (20) は、固有超平面と中点との距離を示している。定理 1 より、中点エネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{o})$ 、また、定理 3 より、固有ベクトル ϕ_i は、対角項操作による固有値 λ_i の変化に対して不変である。従って、式 (20) の分子は、定数とみなすことができる。これより、固有値と距離との反比例関係が証明される。

(証明終)

また、定理 3、定理 4、および定理 5 から、対角項操作による超平面の移動に関して、以下の定理が、導き出せる。

[定理 6] 対角項の上昇により固有値が変化することによって、固有超平面は、対応する固有値が負の間は、中点の上りこう配側に単調に遠ざかり、固有値が正になると、下りこう配側から中点に近づく。

(証明) 定理 3 より、対角項の上昇によって、固有値が単調に増加することがわかる。従って、すべての固有値は、負から 0、0 から正へ変化する。固有値が負から 0 に変化する場合、定理 4 より、特定の固有値に対応する固有超平面が、中点の上りこう配側に存在すること、また、定理 5 より、固有値が 0 に近づくにつれ、距離が無限大に遠ざかることが証明できる。また、固有値が 0 から正に変化する場合、これとは逆に、下りこう配側から中点に近づくことが証明される。

(証明終)

この節で、固有超平面が対角項操作によって移動することを示した。ここで、対角項操作による固有超平面の移動に関する特性をまとめておく。

(1) 固有超平面は、内積 $(\theta^t \phi_i)$ が、値をもつ場合にのみ移動する。

(2) 絶対値の大きな固有値に対応する固有超平面は、中点近傍を通過する。

(3) 固有値が 0 近くになったときに、固有超平面が移動する。

(4) 固有超平面は、中点の上りこう配側に移動し、下りこう配側から中点に近づく。

3.4 引込み領域の変化

この節では、前節の固有超平面を用いて、対角項操作による RNN の引込み領域の変化を考察する。図 3 は、2 次元の RNN の状態空間において、固有超平面と引込み領域との関係を、状態の流れを用いて示したものである。

図 3(a) は、結合行列の固有値が、ほぼ等しい場合を示している。この場合、対角項操作によって、固有超平面は、ほぼ同時に中点の上りこう配側へ移動する。この結果、中点の下りこう配方向に近い頂点 4 の引込み領域が増加する。つまり、対角項操作は、中点の下りこう配方向近くの頂点への収束確率を高めることになる。更に、両固有値が正になるまで、対角項を上げると、中点の下りこう配側に中間値 (非 2 値) の収束点が現れる。

また、図 3(b) は、結合行列の固有値に大きな差がある場合を示している。固有超平面の移動は、対応する固有値が 0 に近くなったときに起こるので、この例では、固有値の小さい固有超平面 Ω_2 が、まず移動を始

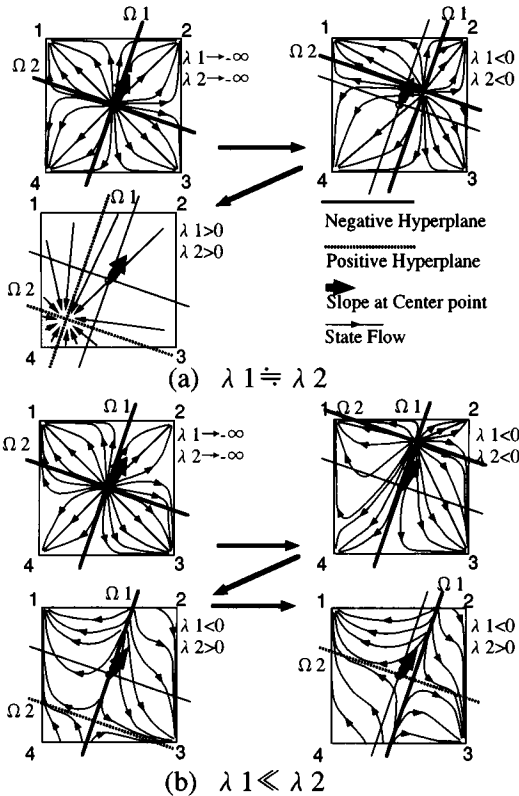


図3 対角項操作による引込み領域の変化
Fig.3 Transition of attractive region by diagonal elements control.

める。この移動により、頂点2,4の引込み領域が変化する。更に、固有値 λ_2 が正になると、エネルギー曲面が鞍状になるので、図3(a)のような中間値収束は現れず、全状態が頂点1,3へ収束するようになる。更に、対角項を上げると、今度は、固有超平面 Ω_1 の移動が起こり、頂点1,3を比較して、下りこう配側の頂点1への引込み領域が増加する。

頂点2,4と頂点1,3と違いを図3(b)左端の図で比較すると、頂点2,4が、固有超平面 Ω_2 との距離が最大になっているのに対し、頂点1,3は、固有超平面 Ω_1 との距離が最大になっていることがわかる。この図における固有超平面との頂点との距離は、式(14)において、定数項 $\frac{\theta^t \phi_i}{\lambda_i}$ が0となる場合に相当し、各々の固有超平面に対応する固有ベクトルと頂点座標 \mathbf{c} との内積となる。

この固有ベクトルと頂点座標 \mathbf{c} との内積、

$$p_i = \mathbf{c}^t \phi_i \quad (24)$$

を、固有成分と呼ぶことにする。

一般に、頂点座標 \mathbf{c} は、固有成分に分解できる。これは、しきい値 θ には無関係の値である。図3に基づく議論から、固有超平面の移動とRNNの引込み特性に関して、以下の性質を考察できる。

[性質] 移動する固有超平面に対応する固有成分を多くもつ頂点は、その移動によって、引込み領域の変化を受けやすい。しかも、その点が、中点の下りこう配側にあれば、固有値が負の間は、引込み領域を増大させる。また、固有値が正になると、その点方向への収束性は、中点のこう配方向とは無関係に失われる。

この性質から、対角項操作による一般のRNNにおける最適解方向への引込み特性を考察する。一般の最適化問題では、結合係数行列 \mathbf{W} およびしきい値 θ は、任意に与えられる。従って、結合行列の固有値も大小さまざまである。

すべての頂点の座標は固有成分に分解できるが、エネルギー最小となる最適解に対応する頂点座標は、式(15)のエネルギー関数から、大きな負の固有値に対応する固有成分を多くもっていると考えられる。

RNNの対角項を上げることによって、小さな負の固有値は、順に正に変化し、その固有成分を多くもつ頂点方向の収束性は失われる。その結果、大きな負の固有値成分をもつ頂点方向の引込み領域は増大する。つまり、最適解に対応する頂点方向の引込み領域も増加することになる。

しかし、大きな負の固有値が、比較的均等な値として存在する場合、最終的に、それらの固有成分を大きくもつ複数の頂点方向への、引込み領域が残ることになる。この場合、最終的な引込み領域は、図3(a)のように、中点の下りこう配側が増加することになる。

残った頂点の中で、中点の下りこう配側の頂点が、エネルギー最小であることは、一般的には保証されない。従って、対角項操作によって、最適解方向への引込み領域をある程度までは広くできるが、最終的に、最大の引込み領域をもつ頂点が、必ずしも最適解とは言えないものと思われる。

4. 頂点の安定性解析

前章では、引込み領域の観点から、対角項操作の影響を検討した。この結果から、対角項操作が、最適解方向への引込み領域を増加させることが考察できた。

しかし、連続時間モデルでの対角項操作は、中間値への収束を発生させる。従って、引込み領域内の状態

が、2 値の最適解に収束するためには、最適解は安定条件を満たしていなければならない。この章では、頂点の安定性に及ぼす対角項操作の影響を評価する。

4.1 頂点安定率

ある状態への RNN の収束性は、その状態の漸近安定性を解析することで評価できる [6]。ここでは、解析対象を状態空間の頂点に限定する。ある頂点の近傍の状態が、式 (8) の状態変化により、その頂点に収束する場合、“その頂点は安定である”と言う。

頂点の安定性の条件に関しては、Abe ら [3] にも述べられており、任意の頂点 $\mathbf{c} = \{c_1, \dots, c_N\}$ におけるこう配 $\dot{E}(\mathbf{c})$ が、次式の条件を満たす場合に、その頂点が安定であると定義される。

$$[\dot{E}(\mathbf{c})]_i = \begin{cases} > 0, & c_i = 0 \\ < 0, & c_i = 1 \end{cases} \quad (25)$$

この安定条件の定義は、頂点のエネルギーこう配が、ネットワーク状態空間の内部に向かっていれば安定であることを意味している。例えば、2 次元空間では、図 4(a) の影の部分の状態空間内部に相当する。この条件は厳密ではあるが、エネルギーこう配のすべての方向成分を独立に評価する必要がある。

この章で、安定条件とエネルギー関数との比較を行うために、安定条件を一つの指標で定義したい。そこで、頂点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{c})$ と状態空間の中点までの方向ベクトル \mathbf{p} との内積余弦を用いて、次式のように頂点の安定性を定義し、“頂点安定率”と呼ぶことにする。

$$S(\mathbf{c}) = \frac{\dot{E}^t(\mathbf{c})\mathbf{p}}{\|\dot{E}(\mathbf{c})\|\|\mathbf{p}\|} \quad (26)$$

ここで、 $\|\mathbf{a}\|$ は、ベクトル \mathbf{a} のノルムを表す。この頂点安定率は、 -1 から 1 までの値をとる。

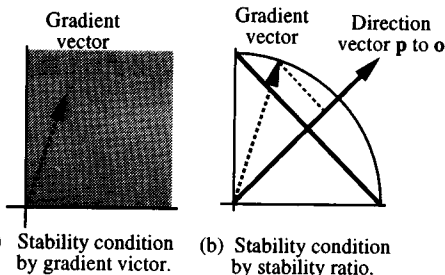


図 4 頂点安定性を満たすエネルギーこう配の条件
Fig. 4 Stability condition of energy gradient at vertex in network state space.

図 4(b) に示すように、頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ は、中点 \mathbf{o} 方向への、頂点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{c})$ の射影である。もし、頂点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{c})$ が中点に向かっていけば、 $S(\mathbf{c})$ の値は 1 となり、方向がずれるに従って単調に減少する。つまり、エネルギーこう配が状態空間の中心に向かうほど、安定であると考えられる。

更に、頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ によって、安定性を判別するために、しきい値 C を設定する。このとき、頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ による安定条件は、次式ようになる。

$$S(\mathbf{c}) > C \quad (27)$$

定数 C は、 1 以下の正定数である。式 (27) の安定条件は、状態空間中の超三角すい形の式 (25) の安定条件を、頂角 $\cos^{-1}(C)$ をもつ超円すいで近似したものに相当する。近似であるため、安定性評価の厳密性は失われるが、一つの指標で安定条件を表現できる。

定数 C は、本来の安定条件である式 (25) に対して、式 (27) による安定評価の誤り確率を最小とするように決定する必要がある。シミュレーションでは、経験値として、 0.8 を使用したが、この定数 C をいかに決定するかは、今後の課題である。

4.2 対角項による頂点安定率の単調減少性

対角項の変化に伴う任意の頂点 \mathbf{c} の頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ の変化を評価する。まず、頂点座標 \mathbf{c} を、中点座標 \mathbf{o} と頂点から中点までの方向ベクトル \mathbf{p} を用いて分解する。

$$\mathbf{c} = \mathbf{o} - \mathbf{p} \quad (28)$$

この関係を用いて、頂点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{c})$ も、次式のように中点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{o})$ 成分と方向ベクトル \mathbf{p} に関与する成分に分解できる。

$$\begin{aligned} \dot{E}(\mathbf{c}) &= \dot{E}(\mathbf{o}) - \mathbf{W}\mathbf{p} \\ &= \dot{E}(\mathbf{o}) - \mathbf{W}_0\mathbf{p} - 2a\mathbf{p} \end{aligned} \quad (29)$$

式 (29) の下段の式は、式 (2) を用いて、対角項の変動成分 a を分離したものである。定理 1 により中点のエネルギーこう配は、均等な対角成分の変動に対して不変である。従って、対角項による頂点エネルギーこう配の変化量は、頂点から中点への方向ベクトル \mathbf{p} のみに依存することになる。

この関係より、頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ の対角項の変化量 a に関する微分は、次式となる。

$$\frac{d}{da} S(\mathbf{c}) = -2 \frac{\|\mathbf{p}\|}{\|\dot{E}(\mathbf{c})\|} (1 - S^2(\mathbf{c})) < 0 \quad (30)$$

式 (30) の不等式は、頂点安定率 $S(\mathbf{c})$ が、 -1 から 1 までの値しかとらないことを利用している。この微分値から、頂点安定率に関して、以下の定理が成立する。
 [定理 7] 対角項の上昇によって、頂点安定率は単調に減少する。

4.3 最適解と安定解の一致性

頂点安定率の単調減少性は、対角項操作によって、頂点の安定性が次第に失われていくことを示している。その結果、最終的に式 (27) の頂点安定条件を満たさなくなると不安定化する。安定から不安定への変化は、不連続的であり、頂点の収束確率に不連続的な変化を与える。

この節では、対角項操作によって、最適解が、どのように安定条件を保ち続けるか、また、“最後まで安定な頂点”が、エネルギー最小である最適解と一致するかを議論する。ここで、式 (27) の頂点安定条件で評価される“最後まで安定な頂点”のことを、最安定解と呼ぶことにする。

まず、エネルギー関数から、最適解に対応する頂点とその他の頂点との関係の評価をする。このために、頂点におけるエネルギー値 $E(\mathbf{c})$ を中点座標 \mathbf{o} と頂点から中点までの方向ベクトル \mathbf{p} を用いて分解する。これは、式 (4) に、式 (28) を代入し、次式のようになる。

$$E(\mathbf{c}) = E(\mathbf{o}) - \dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p} + \frac{1}{2}\mathbf{p}^t\mathbf{W}\mathbf{p} \quad (31)$$

最適解に対応する頂点に関する座標値、方向ベクトルを添字 m 付きの文字 \mathbf{c}_m , \mathbf{p}_m で表すものとする。最適解に対応する頂点のエネルギー値 $E(\mathbf{c}_m)$ は、他のどの頂点のエネルギー値 $E(\mathbf{c})$ より小さいので、最適解に対応する頂点とその他の頂点との間には、次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} E(\mathbf{c}) - E(\mathbf{c}_m) &= -(\dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p} - \dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p}_m) \\ &\quad + \frac{1}{2}(\mathbf{p}^t\mathbf{W}\mathbf{p} - \mathbf{p}_m^t\mathbf{W}\mathbf{p}_m) \geq 0 \end{aligned} \quad (32)$$

ここで、方向ベクトルに関する 2 次項 $\mathbf{p}^t\mathbf{W}\mathbf{p}$ は、式 (2) より、次式のように置き換えることができる。

$$\mathbf{p}^t\mathbf{W}\mathbf{p} = \mathbf{p}^t\mathbf{W}_0\mathbf{p} + 2a\|\mathbf{p}\|^2 \quad (33)$$

中点から頂点への方向ベクトルのノルム $\|\mathbf{p}\|$ は、頂点によらず一定であるので、頂点間のエネルギー差に関する式 (32) の条件式は、次式のように、対角項操作

に無関係な中点のエネルギーこう配 $\dot{E}(\mathbf{o})$ と初期結合行列 \mathbf{W}_0 を用いて表現できる。

$$\begin{aligned} &-(\dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p} - \dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p}_m) \\ &\quad + \frac{1}{2}(\mathbf{p}^t\mathbf{W}_0\mathbf{p} - \mathbf{p}_m^t\mathbf{W}_0\mathbf{p}_m) \geq 0 \end{aligned} \quad (34)$$

この不等式は、頂点間のエネルギー順位の関係が、方向ベクトル \mathbf{p} に関する 1 次成分と、2 次成分によって表されることを示している。

そこで、図 5 に、最適解と他の頂点との関係を、横軸に内積 $\dot{E}^t(\mathbf{o})\mathbf{p}$ 、縦軸に 2 次項 $\mathbf{p}^t\mathbf{W}_0\mathbf{p}$ とって示した。◎で示される最適解を通るこう配 2 の太線の左側が、式 (32) の示す関係である。また、頂点は、ベクトルと行列の線形代数的性質から、図の方形領域に限定される。実際の頂点が、領域のどこにくるかは特定できないが、式 (34) の示す太線の左側に存在するとは言える。*で示される点は、頂点の値を想定してプロットしたものである。

次に、図 5 に示される空間上で、式 (27) の安定・不安定境界が、どのように示されるかを考える。

まず、頂点のこう配ベクトル $\dot{E}(\mathbf{c})$ を、方向ベクトル \mathbf{p} の成分と、それに直交するベクトル \mathbf{q} ($\|\mathbf{p}\| = \|\mathbf{q}\|$) に分解しておく。

$$\dot{E}(\mathbf{c}) = \alpha\mathbf{p} + \beta\mathbf{q} \quad (35)$$

α , β は、それぞれのベクトル成分の寄与を表す実数である。この式と、式 (29) を比較すれば、対角項の変化量 a は、変数 α のみに関与することがわかる。従って、変数 β は、対角項の変化に無関係な頂点固有の定数である。

ベクトル \mathbf{p} , \mathbf{q} の直交性から、

$$\dot{E}^t(\mathbf{c})\mathbf{p} = \alpha\|\mathbf{p}\|^2 \quad (36)$$

$$\|\dot{E}(\mathbf{c})\| = \|\mathbf{p}\|\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (37)$$

となる。これらの関係を式 (26) に代入すると、式 (27) の安定条件は、次式のようになる。

$$S(\mathbf{c}) = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} > C \quad (38)$$

この関係から、頂点 C の安定条件として、変数 α , β に関する以下の条件が導き出せる。

$$\alpha > \frac{C}{\sqrt{1 - C^2}}|\beta| \quad (39)$$

式 (36) の関係より、変数 α を、頂点のこう配ベクトル $\dot{E}(\mathbf{c})$ と方向ベクトル \mathbf{p} の内積に置き換える。ま

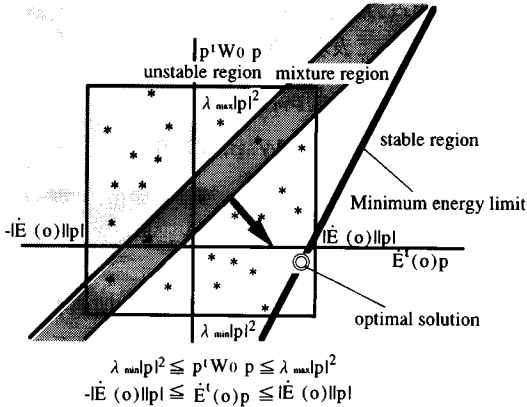


図5 頂点のエネルギーレベルと安定条件
Fig.5 Energy level at vertex and stability condition.

た、変数 β を、全頂点間の変数 $|\beta|$ の平均 $\bar{\beta}$ 、平均からの値のずれを $\beta'(c)$ を用いて表記すると、式 (39) の条件は次式のように変形できる。

$$\dot{E}^t(c)p > \frac{C}{\sqrt{1-C^2}} \{\bar{\beta} + \beta'(c)\} \|p\|^2 \quad (40)$$

更に、式 (29) の関係を利用して、頂点のこう配ベクトル $\dot{E}(c)$ を中点のこう配ベクトル $\dot{E}(o)$ と方向ベクトル p に関与する項、および、対角項の変化量 a に関与する項に分割すれば、次式の関係が導き出せる。

$$\begin{aligned} \dot{E}^t(o)p - p^t W_o p \\ > \frac{C}{\sqrt{1-C^2}} \{\bar{\beta} + \beta'(c)\} \|p\|^2 + 2a\|p\|^2 \end{aligned} \quad (41)$$

式 (41) の安定条件の左辺は、内積 $\dot{E}^t(o)p$ と 2 次項 $p^t W_o p$ で構成されているので、図 5 の空間上で安定条件と頂点のエネルギー順位との関係を比較できる。

式 (41) の安定条件は、図 5 の空間を、安定領域、安定不安定の混在領域、不安定領域に分割する。安定領域に含まれる頂点は、すべて安定である。不安定領域に含まれるすべての頂点は不安定である。また、混在領域では、変数 $\beta(c)$ の寄与によって、不安定であったり安定であったりする。これらの領域の分離境界線は、平行なこう配 1 の直線となる。

この領域分割は、対角項の上昇より、右側にシフトする。この結果、安定領域に含まれていた頂点が、不安定領域に移行していくことになる。

混在領域内の議論は、変数 $\beta'(c)$ が特定できないので難しいが、一般的に、最適解が、比較的大きな対角項操作でも、安定領域に含まれることが確認できる。

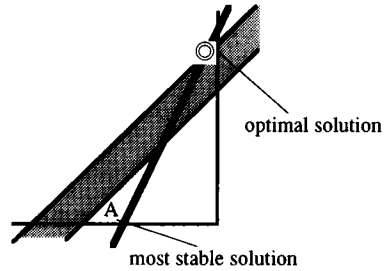


図6 最適解と最安定解との不一致
Fig.6 Incoincidence between the optimal solution and the most stable solution.

しかし、最適解と最安定解との一致性に関しては必ずしも成り立たない。仮に、図 6 のように、対角項操作により、最適解を不安定化するまで、対角項を高めたとしても、図中、点 A のように最適解以外の頂点が安定領域に存在する可能性がある。この場合、点 A が最安定解となり、最安定解と最適解とは、一致しないことになる。この結果、以下の定理が成り立つ。

[定理 8] 最適解と、対角項操作によって“最後まで安定な頂点”である最安定解とは、必ずしも一致しない。

5. シミュレーション

3. では固有値解析、4. では頂点安定性の解析を用いて、ネットワークの収束性に及ぼす対角項操作の影響を理論的に評価した。この章では、計算機シミュレーションにより議論の妥当性を示す。

シミュレーションは、5 都市の TSP とした。解の候補を増やすために、出発地点へ戻る条件を省いた。図 7、図 8 には、対角項操作による、収束エネルギー値分布、収束確率、頂点安定率の変化に関する結果を示した。

RNN の構成は、Gee ら [2] の方法に従って、制約条件項が目的関数項よりも十分に大きくなるように設定した。エネルギー関数は、制約条件を満たす 2 値解が 0 から -15 程度の範囲におさまるように設定した。対角項は、すべての固有値が非負となる状態を 0 とした。各図の (a) には、巡回都市の配置と最短巡回経路を示した。(b)~(d) の横軸は、すべて同じであり、対角項の大きさを示している。

図 7 (b) は、図 7 (a) の問題に対して、ネットワーク収束後のエネルギー状態の分布を示したものである。シミュレーションでは、最初、区間 [0, 1] の乱数が初期状態を作成し、その初期状態から、差分で近似した

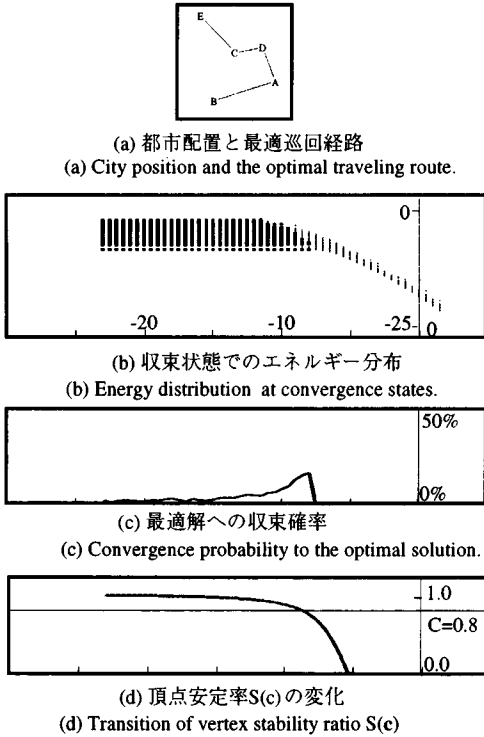


図7 対角項操作によるネットワークの変化 (1)
Fig.7 Network transition by increasing diagonal elements (1).

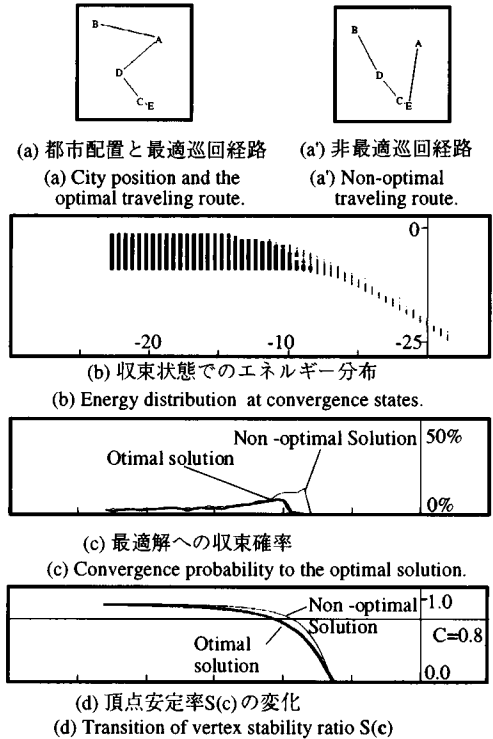


図8 対角項操作によるネットワークの変化 (2)
Fig.8 Network transition by increasing diagonal elements (2).

式 (8) の状態変化を、状態変化量がほとんどなくなるまで繰り返した。対角項は 0.5 ずつ変化させ、各条件で初期パターンを変え、1000 回ずつ評価した。図中、太線の部分は収束後に 2 値解をとったもの、細線の部分は中間値解に収束したものである。2 値解と中間値解の判定は、収束後の状態ベクトルの全成分が、0.9 以上または 0.1 以下であれば、2 値解とみなし、それ以外は中間値解とした。ネットワークの対角項を徐々にあげていくと、収束解のエネルギー値が低下し、収束状態は 2 値解から中間値解へ移行する。

図 7(c) は、最適解への収束確率を示したものである。最適解への収束確率は、対角項の増加に伴い少しずつ増加し、 -8.0 を過ぎた時点で、突然その収束確率が、0% になった。

図 7(d) は、最適解に対する式 (26) の頂点安定率 $S(c)$ の変化を示したものである。対角項の上昇と共に単調に頂点安定率が低下することが示される。定数 C を、0.8 に設定すれば、図 7(c) の最適解への収束確率の低下とほぼ一致する。

図 7 は、最適解と最安定解が一致する例である。しかし、この一致性は、必ずしも保証されない。図 8 では、対角項操作により、両者の一致性が保証されない例を示す。図 8 の都市配置において、図 8(a) のように巡回した場合と、図 8(a') のように巡回した場合では、図 8(a) の方が距離的に若干小さい。しかし、比較的大きめの対角項でネットワークを動作させると前者の解は得られず、後者の解が高い確率で得られる。

図 8(c) には、図 8(a) の最適解への収束確率と図 8(a') の非最適解への収束確率を比較して示した。太線が最適解に対する値であり、細線が非最適解に対するものである。対角項が、 -10.0 以下の範囲では、両者は、ほとんど同じ割合で、対角項上昇により増加している。しかし、 -10.0 を超えるあたりで、最適解の収束確率が低下した。これに対し、非最適解の方は、対角項の値が -8.0 ぐらいまで、収束確率が増加し続けた。この結果から、対角項の上昇により、最適解への収束確率を向上させることはできるが、最適解のみに収束するような状態は、必ずしも得られないことが確認さ

れた。

図 8(d) は、式 (26) で評価される頂点安定率を用いて、最適解と非最適解の安定性を比較したものである。対角項の上昇に対して、最適解の方が後者のものより早く安定性の下限を通過していることがわかる。

このように、TSP においても、対角項操作により最適解が得られやすくなる問題と最適解が保証されない問題がある。この結果は、3.4, 4.3 の議論と一致する。対角項の操作は、Uesaka [6] の初期値操作と同様、探索領域を限定する効果をもつ。もし、準最適解で満足するのであれば、対角項操作は効果的な手法である。しかし、解を限定する弊害として、最適解を見逃す危険性は避けられない。従って、最適解を探索するのが目的であれば、収束確率を犠牲にしても、対角項を低めに設定し、確率的に探索する方が確実であると考察する。

6. む す び

相互結合形ニューラルネットワーク (RNN) において、対角項操作は、最適解 (エネルギー最小頂点) への収束確率を向上させる有効な手段である。本論文では、固有値解析と頂点安定性の解析を用いて、対角項操作による最適解の収束性に与える影響を評価した。

固有値解析では、対角項操作による固有超平面の移動に着目した。対角項操作により、結合行列の固有値が負から正に変化することによって、固有超平面が移動する。その移動により、対応する固有成分を多く有する頂点の引込み領域が変化する。固有値が負の間は、中点の下りこ配側の頂点の引込み領域は増大するが、固有値が正になると、中点こ配とは無関係にそれらの頂点の収束性は失われる。

対角項操作により、全固有値は単調に増加するので、絶対値の小さい負の固有値に対応する固有超平面から移動が起こる。その結果、小さな固有値に対応する固有成分を有する頂点の収束性は失われ、比較的、大きな固有値に対応した固有成分を多くもつ最適解への引込み領域は増大する。

しかし、大きな負の固有値成分をもつ頂点が複数存在する場合、最終的に、対角項操作は、これらの頂点のエネルギー値には無関係に、中点の下りこ配方向の頂点への引込み領域を増大させる。従って、対角項操作によって、引込み領域を最大にする頂点が、最適解とは言えないと考察される。

また、頂点安定性の解析では、頂点の安定性を示す

頂点安定率を定義し、頂点の安定性の観点から、最適解と最安定解の一致性について考察した。その結果、対角項操作が、すべての頂点での頂点安定率を単調に低下させ、頂点安定率の小さな頂点から順に、不安定化させることがわかった。

一般に大きなエネルギー値をもつ頂点の安定率は小さいので、わずかな対角項の上昇で安定性を喪失する。逆に、エネルギー最小の最適解は、比較的大きな対角項でも安定性を保つことができる。しかし、最適解と、対角項操作による“最後まで安定な頂点”である最安定解とは、必ずしも一致するものではないことも明らかにした。

これらの解析から、対角項操作が、引込み領域と頂点安定性の二つの理由で、最適解の検出のために効果的に作用することがわかった。しかし、対角項操作によって、最も引込み領域を最大にする (収束確率最大) 頂点、および、“最後まで安定な頂点”である最安定解は、最適解とは一致しないことも確認できた。

謝辞 本研究を行うにあたり、日立製作所日立研究所の阿部重夫氏 (現神戸大) には、多くの御助言を頂きました。深く感謝致します。また、日ごろ、御討議頂いている金沢大学工学部中山研究室の皆様へ感謝致します。

文 献

- [1] J.J. Hopfield and D.W. Tank, "Neural computation of decision in optimization problems," *Biol. Cybern.*, vol.52, pp.141-152, 1985.
- [2] A.H. Gee and R.W. Prager, "Polyhedral combinatorics and neural networks," *Neural Computation*, vol.6, pp.161-180, 1994.
- [3] S. Abe and A.H. Gee, "Global convergence of the hopfield neural network with nonzero diagonal elements," *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol.42, no.1, pp.39-45, Jan. 1995.
- [4] 富川義弘, 中山謙二, "相互結合形ニューラルネットワークに不等号条件を与える制約ニューロン," 信学技報, NC94-07, March 1995.
- [5] 富川義弘, 中山謙二, "結合行列の固有値に基づく自己フィードバックループを持つ相互結合形ニューラルネットワークの収束性の解析," 信学技報, NC95-42, July 1995.
- [6] Y. Uesaka, "Mathematical aspects of neuro-dynamics for combinatorial optimization," *IEICE Trans.*, vol.E74, no.6, pp.1368-1372, June 1988.
- [7] M. Ohta, Y. Anzai, S. Yoneda, and A. Ogihara, "Theoretical analysis of neural networks with nonzero diagonal elements," *IEICE Trans.*, vol.E76, no.3, pp.284-291, June 1988.
- [8] S.V.B. Aiyer, M. Niranjan, and F. Frallside, "A theoretical investigation into the performance of the hop-

field model," IEEE Trans.Neural Networks, vol.1, no.2, pp.204-215, Feb. 1990.

- [9] 松田 聖, "対称結合神経回路網における解の安定性," 信学論 (D-II), vol.J77-D-II, no.7, pp.1366-1374, July 1994.
- [10] 阿部重夫, "ニューラルネットとファジィシステム—理論と応用," 近代科学社, 1995.
(平成 8 年 9 月 30 日受付, 9 年 3 月 10 日再受付)



富川 義弘 (正員)

昭 57 名大・理・地球科学卒。同年, YKK (株) に入社。以来, 同社研究開発本部において, 信号処理, 数値解析, 製品検査の研究に従事。平 6 金大・大学院・自然科学研究科・博士課程に入学, 現在, ニューラルネットを利用した形状認識, および, そ

の理論解析の研究に従事。



中山 謙二 (正員)

昭 46 東工大・工・電子卒, 昭 46~47 同大学研究生, 昭 58 工博 (東工大), 昭 47 日本電気 (株) 入社。伝送通信事業部および C&C システム研究所に勤務し, 通信用各種フィルターおよびデジタル信号処理の研究に従事。昭 63 金沢大・工・電気情報工学科助教授, 平 2 教授となり現在に至る。最近の研究テーマは, 適応信号処理およびニューラルネットワーク。昭 62 年 9 月 IEEE Circuits & Devices Mag. 論文賞受賞。著書「SC 回路網の設計と応用」(東海大学出版) ほか, IEEE シニア会員。